



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

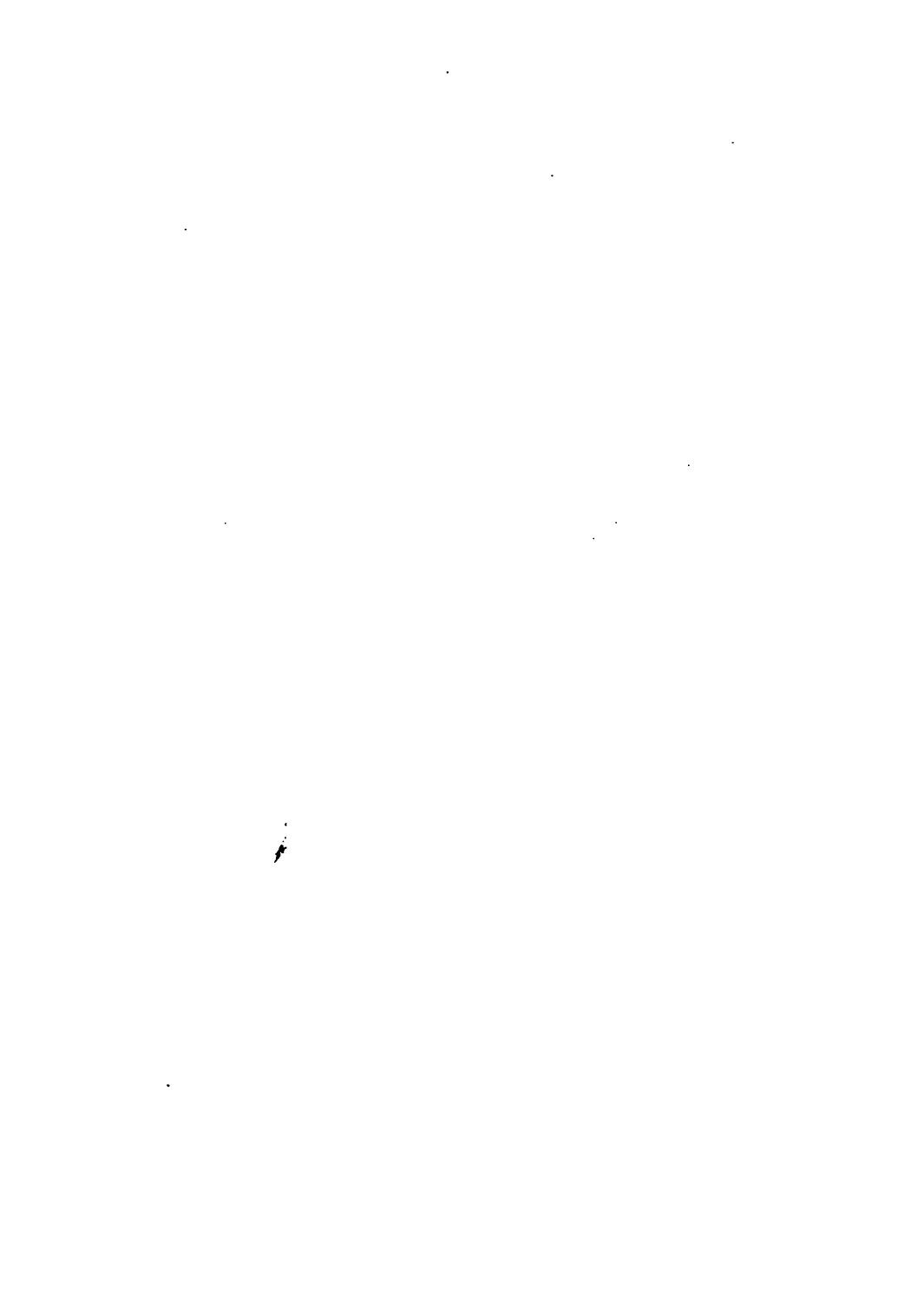
Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>

9 3493 05775410 7









HISTOIRE
DES
SCIENCES MATHÉMATIQUES
ET PHYSIQUES.



Serres Mathématiques et physiques

HISTOIRE
DES
SCIENCES
MATHÉMATIQUES

ET PHYSIQUES,

PAR

M. MAXIMILIEN MARIE.

RÉPÉTITEUR DE MÉCANIQUE,
EXAMINATEUR D'ADMISSION A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

TOME IX.

DE LAGRANGE A LAPLACE.



PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE,

QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55.

1886

(Tous droits réservés.)



207-

100

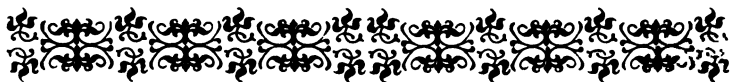


TABLE DES MATIÈRES.



Pages.

Douzième Période.

D'EULER, né en 1707, à LAGRANGE, né en 1736 (fin)..... 1



Treizième Période.

De LAGRANGE, né en 1736, à LAPLACE, né en 1749.. 73



DOUZIÈME PÉRIODE.

(SUITE ET FIN)

*D'EULER, né en 1707,
à LAGRANGE, né en 1736.*

BIOGRAPHIE
DES
SAVANTS DE LA DOUZIÈME PÉRIODE
ET
ANALYSE DE LEURS TRAVAUX.

(Suite et fin.)

MONTUCLA JEAN-ÉTIENNE.

(Né à Lyon en 1725, mort à Paris en 1799.)

Son père était négociant à Lyon. Élevé au collège des jésuites de cette ville, il y puisa à la fois le goût des Sciences et celui des lettres, sans la réunion desquels il n'eût pu entreprendre la tâche immense qui a principalement occupé sa vie. Outre le grec et le latin, il possédait l'italien, l'anglais, l'allemand et le hollandais, et il lu dans leurs langues presque tous les auteurs dont il a analysé les travaux.

À dix-huit ans, il alla étudier le droit à Toulouse, où il se occupa avant, et vint ensuite à Paris pour suivre les leçons et fréquenter les savants.

Admis aux soirées de Jombert, il s'y lia avec Diderot, d'Alembert, de Guo, Lalande, Blondel, Cochin, Coustou, Leblond, qui tous lui restèrent attachés jusqu'à leur mort.

Il s'employa pour Jombert à la revision et à la correction

divers ouvrages scientifiques, parmi lesquels nous citerons les *Récréations mathématiques d'Ozanam*, qu'il enrichit d'un grand nombre de nouveaux articles. Il entra peu après à la *Gazette de France*; il était déjà censeur royal pour les ouvrages de Sciences.

Il prit une grande part à la naturalisation en France de la pratique de l'inoculation, déjà usitée en Angleterre depuis plus de trente ans, en traduisant et répandant les principaux écrits publiés à Londres sur la matière.

Son premier écrit original et qui a véritablement inauguré sa carrière est son *Histoire des recherches sur la quadrature du cercle* (1754, in-12), qui fut reçue avec assez d'intérêt pour qu'il en conçût l'idée du grand ouvrage auquel il n'a guère cessé de travailler ensuite jusqu'à sa mort.

La première édition de son *Histoire des Mathématiques* est de 1758 (2 vol. in-4°); elle lui assura aussitôt une place distinguée parmi les savants de l'époque. Cette œuvre se recommande, en effet, par des qualités éminentes : une grande impartialité, une grande justesse de vues, une grande érudition, un travail opiniâtre et une bonhomie extrême. Le style n'en est ni élégant ni même toujours assez châtié, mais il n'est jamais ni trop lourd ni prétentieux.

Montucla en était resté, dans son *Histoire*, au commencement du XVIII^e siècle et on le pressait vivement d'aborder cette partie, pour laquelle il avait déjà réuni un grand nombre de matériaux; mais une série d'obstacles continuels l'en empêchèrent longtemps, sans toutefois qu'il cessât jamais de s'en préoccuper.

Envoyé à Grenoble, en 1761, comme secrétaire de l'intendance, il s'y maria en 1763.

Le frère de Turgot ayant été chargé, en 1764, d'une mission

Page 10

1. The first part of the report is a summary of the work done during the year.

2. The second part is a detailed account of the work done during the year.

3. The third part is a summary of the work done during the year.

4. The fourth part is a summary of the work done during the year.

5. The fifth part is a summary of the work done during the year.

6. The sixth part is a summary of the work done during the year.

7. The seventh part is a summary of the work done during the year.

8. The eighth part is a summary of the work done during the year.

9. The ninth part is a summary of the work done during the year.

10. The tenth part is a summary of the work done during the year.

11. The eleventh part is a summary of the work done during the year.

— Il avait donné, en 1799, les deux premiers volumes de la
— seconde édition de son *Histoire*, très étendus et très améliorés,
et le troisième volume était déjà assez avancé lorsque la mort
vint le surprendre. C'est son ami Lalande qui s'est chargé de
continuer le travail.

« Montucla, dit cet ami dévoué, était modeste et bienfaisant à
un degré que son peu de fortune rendait véritablement admi-
rable. »



DARCET (JEAN).

[Né à Donazit (Landes) en 1725, mort à Paris en 1801.]

Ses goûts le portant vers l'étude de la Médecine et des Sciences
naturelles, il alla à Bordeaux suivre les cours de l'école de cette
ville. Pour suppléer au peu de ressources qu'il trouvait dans sa
famille, qui l'avait destiné au barreau, il donna des leçons de
latin. Montesquieu lui confia l'éducation de son fils, et l'em-
mena avec lui à Paris en 1742. Là, Darcet se livra avec ardeur
à l'étude des Sciences médicales, et surtout de la Chimie, qui lui
est redevable de grands perfectionnements. Il avait été reçu,
en 1762, docteur régent de la Faculté de Médecine de Paris; il
obtint, en 1774, une chaire de Chimie au Collège de France, et
fut le premier qui fit ses cours en français. Il succéda à Macquer
à l'Académie des Sciences, en 1784, puis devint directeur de la
manufacture de Sèvres, inspecteur général des essais des mon-
naies et de la manufacture des Gobelins.

Tous les travaux de Darcet ont eu pour but l'application de
la Chimie aux arts et à l'industrie. C'est à lui que nous devons

l'extraction de la gélatine des os; celle de la soude du sel marin; l'invention d'un alliage métallique fusible, nommé alliage de Darcet, qui, en se liquéfiant à des températures fixées à l'avance, devait fournir des soupapes de sûreté contre l'explosion des machines à vapeur. La démonstration de l'entière combustibilité du diamant, à l'aide d'expériences confirmées depuis par celles de Lavoisier et Mitouard; le moyen de fabriquer les savons avec toute espèce d'huile et de graisse; d'intéressants travaux sur les pierres précieuses; des améliorations dans l'art du potier, du verrier, du porcelainier, du métallurgiste, etc.

Lorsque la Révolution éclata, Darcet en adopta chaleureusement les principes. Il fut appelé au Sénat lors de sa création.

Les principaux ouvrages de Darcet sont : *Sur l'action d'un feu égal, violent et continué pendant plusieurs jours, sur un grand nombre de terres, de pierres et de chaux métalliques, essayées, pour la plupart, telles qu'elles sortent de la Terre* (Paris, 1766-1771, 2 vol. in-8°); *Mémoire sur le diamant et sur quelques autres pierres précieuses traitées par le feu* (Paris, 1771, in-8°); *Expériences sur plusieurs diamants et pierres précieuses* (1772, in-8°); *Lettre sur l'antivénérien d'Agironi* (1772, in-8°); *Dissertation sur l'état actuel des Pyrénées, et sur les causes de leur dégradation* (1776, in-8°); *Rapport sur l'électricité dans les maladies nerveuses* (1783, in-8°); enfin un grand nombre de mémoires et d'articles dans le *Recueil de l'Académie des Sciences*, le *Journal de Médecine* et le *Journal des mines*.



BOSC D'ANTIC (PAUL).

(Né dans le Languedoc en 1726, mort en 1784.)

Médecin de Louis XV, physicien et naturaliste; il perfectionna la fabrication des glaces et du verre et publia sur l'art de la verrerie des traités estimés.



ADANSON (MICHEL).

(Né à Aix en 1727, mort à Paris en 1806.)

Botaniste, membre de l'Académie des Sciences (1759) et ensuite de l'Institut. Il explora pendant cinq ans le Sénégal, de 1747 à 1752, et en rapporta d'importantes collections. Il rêvait une *classification méthodique accompagnée de la description de tous les êtres connus, suivant leur série naturelle indiquée par l'ensemble de leurs rapports*. La Révolution vint interrompre ses travaux en le privant de sa pension d'académicien. Lorsqu'il fut invité par les organisateurs de l'Institut à venir reprendre sa place à l'Académie des Sciences, il répondit qu'il n'avait pas de souliers. Le Directoire lui fit une petite pension.

Le plus important de ses ouvrages est *Les Familles de plantes* (1763) qui lui fit beaucoup d'honneur, mais qui a vieilli aussitôt, parce qu'Adanson n'avait pas, dans les détails, suivi exactement la méthode fort sage qu'il s'était proposée.

« Il avait bien employé concurremment tous les caractères des plantes pour les classer, dit Adrien de Jussieu, mais il avait eu le tort de les employer tous à peu près au même titre, comme si,

par exemple, pour évaluer une somme d'argent, on avait égard au volume, et non à la qualité du métal. »



DELUC (JEAN-ANDRÉ).

(Né à Genève en 1727, mort à Windsor en 1817.)

Il fut d'abord commerçant; des affaires malheureuses l'amènèrent à s'expatrier, il se rendit en Angleterre où il devint bientôt membre de la Société royale de Londres et lecteur de la reine. Il reçut le titre de professeur honoraire de Géologie à l'Université de Göttingue et fut nommé membre correspondant de l'Académie des Sciences de Paris.

Il s'est surtout occupé de Géologie et de Météorologie. Cuvier le place parmi les premiers géologues de son époque. Sans rejeter l'hypothèse du feu central, il était surtout Neptunien.

C'est lui qui a substitué le mercure à l'esprit-de-vin dans les thermomètres, et construit le premier baromètre portatif. Il a aussi, l'un des premiers, attiré l'attention des savants sur les causes chimiques du développement de l'électricité dans la pile de Volta. Il est l'inventeur de la pile à colonne sèche. Mais, par une singulière aberration, il a combattu énergiquement la découverte de la composition chimique de l'eau.

Il était profondément attaché aux idées religieuses et avait toujours la Bible en vue, dans ses recherches géologiques.

Voici la liste de ses principaux ouvrages : *Recherches sur les modifications de l'atmosphère* (Genève, 1772); *Lettres physiques et morales sur l'histoire de la Terre* (Lahaye, 1778-1780); *Nouvelles idées sur la Météorologie* (Londres, 1786); *Lettres*

à Blumenbach sur l'histoire physique de la Terre (Paris, 1798); *Abrégé des principes et des faits concernant la Cosmologie et la Géologie* (Brunswick, 1803); *Traité élémentaire de Géologie* (Paris, 1809); *Voyages géologiques* en Angleterre, en France, en Suisse, en Allemagne et dans le nord de l'Europe (1810-1813).



LAMBERT (JEAN-HENRI).

(Né à Mulhouse en 1728, mort à Berlin en 1777.)

Il appartenait à une famille protestante réfugiée, après la révocation de l'édit de Nantes, à Mulhouse, qui était alors une petite république dépendant de la Confédération helvétique. Son père était chargé d'une nombreuse famille, qu'il nourrissait à grand'peine. Tout en travaillant avec son père, le jeune Lambert apprit presque seul à lire, reçut ensuite les leçons d'un pasteur de la ville, se mit à lire avec avidité tous les ouvrages qu'il put se procurer, et devint, à dix-sept ans, secrétaire d'Iselin, conseiller du margrave de Bade, qui demeurait à Bâle. Là, il étudia particulièrement la Philosophie et les Mathématiques.

Chargé, en 1748, de diriger l'éducation des petits-fils du comte de Salis, il se rendit à Coire, eut à sa disposition une vaste bibliothèque, accrut considérablement ses connaissances, et se mit, dès cette époque, à écrire des mémoires pour les sociétés savantes, des articles pour les journaux suisses.

En 1756, il partit avec ses élèves pour visiter l'Allemagne, la France, l'Italie, la Hollande, employa ses voyages à accroître ses connaissances et acquit un savoir véritablement encyclopédique. En 1759, il quitta M. de Salis.

Peu après, il se rendit à Munich, à l'appel de l'électeur Maximilien-Joseph II, qui le chargea de rédiger les statuts d'une Académie des Sciences conçue sur le modèle de celle de Berlin. En même temps, il reçut le titre de professeur honoraire et fut agrégé à l'Académie de Bavière. Lambert habita ensuite Augsbourg, puis Coire, fut employé dans un travail de démarcation de frontières entre le Milanais et les Grisons, et se rendit, en 1764, à Berlin. A cette époque, il avait déjà publié plusieurs ouvrages remarquables et plusieurs Académies se l'étaient associé; aussi Frédéric II lui fit-il un excellent accueil. Il le nomma bientôt après académicien pensionnaire. Le nouvel académicien se fixa à Berlin, fut nommé, en 1770, conseiller supérieur des bâtiments, devint directeur des *Éphémérides* de Berlin, et écrivit un grand nombre de mémoires pour l'Académie.

Lambert a touché à toutes les parties de la Science et a laissé dans chacune des découvertes importantes. On lui doit les éléments de la théorie des angles imaginaires qu'il réalisait sous forme de secteurs d'hyperbole équilatère. Un angle α correspond à un secteur circulaire dont l'aire est $\frac{\alpha}{2}$ et un angle $\beta\sqrt{-1}$ à un secteur hyperbolique dont l'aire est $\frac{\beta}{2}$. Lambert avait transporté du cercle à l'hyperbole équilatère les formules relatives à l'addition ou à la soustraction, à la multiplication ou à la division des angles imaginaires; il avait même calculé les termes d'une table des sinus, cosinus et tangentes des angles imaginaires, destinée à la pratique de sa *Trigométrie hyperbolique*.

Son *Traité des comètes* contient un grand nombre de propriétés remarquables des coniques. On y trouve surtout le théo-

Théorème qui a été heureusement utilisé par Olbers : « Si, dans deux ellipses ayant même grand axe, on prend deux cordes égales, telles que les sommes des rayons vecteurs correspondant à leurs extrémités soient égales, les secteurs compris entre ces rayons vecteurs seront comme les racines carrées des paramètres. » Ce théorème convient aussi aux secteurs d'hyperboles de même axe transverse.

L'accélération du mouvement de Jupiter et le ralentissement correspondant de celui de Saturne, qui ont été expliqués plus tard par Laplace, faisaient le désespoir des astronomes; les erreurs des tables montaient à 22' pour Saturne et à 8' pour Jupiter. Lambert donna une formule empirique qui réduisait ces erreurs à 4'. « Ce fut, dit Delambre, un véritable service rendu aux astronomes. »

La *Photométrie* de Lambert est remplie d'expériences neuves sur la proportion de lumière réfléchie et réfractée sous diverses incidences par le verre; sur la déperdition de la lumière dans son passage à travers l'atmosphère, etc.

Outre ses ouvrages, Lambert a publié, dans le recueil de l'Académie de Berlin, une foule de mémoires sur toutes sortes de sujets scientifiques; un, entre autres, traite avec sagacité des moyens les plus avantageux d'employer la force musculaire de l'homme. Lambert y faisait déjà usage de la considération du travail dynamique, sous la forme du produit de la vitesse par l'effort, et il introduisait judicieusement la question du maximum de rendement, en tenant compte de la fatigue du travailleur et des interruptions nécessitées par chaque mode d'application de sa force.

Lambert a montré dans toutes ses recherches une grande

- Il reconnut l'un des premiers, en 1756, que la calcination du calcaire lui fait perdre environ le tiers de son poids et constata d'autre part que, dans cette opération, il se dégage un *air fixe*.
- Il reconnut ensuite que le même air fixe résulte aussi de la calcination de la magnésie, et enfin se confond avec l'air qui s'exhale des cuves contenant la vendange.
- Son principal titre scientifique est d'avoir attiré l'attention sur la chaleur latente absorbée par les corps qui passent de l'état solide à l'état liquide, ou de l'état liquide à l'état gazeux. ^



BAUMÉ (ANTOINE).

(Né en 1728, mort en 1804.)

- z Fils d'un aubergiste de Senlis, il n'eut d'autre instruction, pendant les quinze premières années de sa vie, que celle qu'il put puiser dans sa ville natale, au sein de sa famille. Après deux ans d'apprentissage chez un apothicaire de Compiègne, il vint à Paris à l'âge de dix-sept ans, et entra dans la pharmacie du célèbre Geoffroy. A vingt-quatre ans, il fut reçu maître apothicaire avec une grande distinction. « Peu de ses contemporains, dit M. Chevreul, ont autant écrit que lui; peu ont autant travaillé dans le laboratoire, et c'est grâce à ces travaux que plusieurs de ses écrits ont une valeur réelle. » De nombreux et intéressants mémoires sur la cristallisation des sels, sur les phénomènes de la congélation et de la fermentation, sur les combinaisons et les préparations des corps gras, du soufre, de l'opium, du mercure, de l'acide borique, du platine, du quinquina, etc., lui ouvrirent

les portes de l'Académie des Sciences en 1773; et lorsque le succès de l'*Encyclopédie* fit concevoir le plan du *Dictionnaire des arts et métiers*, Baumé se chargea d'écrire plus de cent articles, qui font partie de cette collection. Les divers mémoires qu'il avait antérieurement fait paraître prouvent que les procédés des manufactures lui étaient familiers. On lui devait une méthode pour teindre les draps, un procédé pour dorer les pièces d'horlogerie, des moyens pour éteindre les incendies, d'autres pour conserver le blé. Il avait aussi fait de bonnes observations sur les constructions en plâtre ou en ciment, sur les argiles et sur la nature des terres arables. Il fit avec Macquer de nombreuses expériences pour élever la fabrication de notre porcelaine au niveau de celle de la Chine. Le premier, il établit en France une fabrique de sel ammoniac, et parvint à blanchir les soies jaunes par un procédé chimique. Il perfectionna la teinture écarlate des Gobelins, et indiqua un procédé économique pour purifier le salpêtre. Il se livra à un long travail pour rendre les thermomètres comparables et perfectionner l'aréomètre qui porte son nom. Enfin, il enseigna les moyens de fabriquer avec le marron d'Inde une fécule douce et propre à faire du pain.

Ruiné par la Révolution, il rentra dans la carrière commerciale, qu'il avait abandonnée en 1780 pour donner tout son temps aux recherches de Chimie appliquée. Il avait été pensionnaire de l'Académie des Sciences en 1785; il fut élu associé à l'Institut en 1796.

Voici la liste des principaux ouvrages de Baumé : *Dissertation sur l'éther*, dans laquelle on examine les différents produits du mélange de l'esprit-de-vin avec des acides minéraux (1 vol. in-12, 1787); *Éléments de pharmacie théorique et pratique* (1 vol.

in-8°, 1762; 2° édit., 1769; 3° édit., 1773, etc.); *Manuel de Chimie ou Exposé des opérations et des produits d'un cours de Chimie* (1 vol. in-12, 1765); *Mémoire sur les argiles, ou Recherches et expériences chimiques et physiques sur la valeur des terres les plus propres à l'Agriculture, et sur les moyens de fertiliser celles qui sont stériles* (1 vol. in-12, 1770); *Chimie expérimentale et raisonnée* (3 vol. in-8°, 1773); *Mémoire sur la meilleure manière de construire les alambics et fourneaux propres à la distillation des vins* (1778); *Mémoire sur les marrons d'Inde* (1797).

Des ouvrages que nous venons de citer, les plus importants sont : les *Éléments de Pharmacie* et la *Chimie expérimentale et raisonnée*. Baumé s'y montre attaché au phlogistique, et repousse la nouvelle nomenclature chimique et la théorie de la combustion de Lavoisier. Les opinions qu'il émet s'éloignent au reste notablement de celles de Stahl. « Le feu, dit-il, est une matière essentiellement fluide, principe de la fluidité des autres corps, et toujours en mouvement... Le phlogistique est le principe des odeurs, des couleurs et de l'opacité des corps... Le phlogistique est de la plus grande fixité au feu, tant qu'il n'a pas de contact avec l'air ;... lorsqu'il se combine avec les chaux métalliques, il les ressuscite en métal ;... il augmente même leur pesanteur spécifique... (ce dont il n'y aurait rien à conclure dans aucun sens.) Tout ceci prouve, ajoute-t-il, que le phlogistique est fixe quand il entre beaucoup de terre dans sa composition, et qu'il est au contraire très volatil quand c'est le feu élémentaire qui prédomine sur le principe terrestre. »



CHRYSOLOGUE (NOËL-ANDRÉ).

[Né à Gy (Franche-Comté) en 1728, mort à Paris en 1808.]

Capucin, géographe et géologue. Sa *Mappemonde projetée sur l'horizon de Paris* est, paraît-il, un chef-d'œuvre, et sa *Théorie de la surface actuelle de la Terre* a obtenu de grands éloges de la part de Cuvier.



BÉZOUT (ÉTIENNE).

(Né à Nemours en 1730, mort à Paris en 1783.)

Il entra à l'Académie des Sciences en 1758 et fut nommé, en 1763, examinateur des gardes de la marine. Il a laissé un *Cours complet de Mathématiques* (1780) et une *Théorie générale des Équations Algébriques* (1779).

Le cours de Mathématiques de Bézout a longtemps servi de guide dans les écoles, mais on lui reprochait d'expliquer plus qu'il ne démontrait, ce qui nous paraît un mérite.

Bézout a doté l'Algèbre d'une théorie de la plus haute importance, celle de l'élimination; non pas que nous voulions dire que l'on ne savait pas avant lui pratiquer l'élimination d'une inconnue entre deux équations, mais parce que l'emploi des procédés antérieurs fournissait des équations résultantes encombrées de solutions étrangères.

Cette question de l'élimination a été, de la part de Bézout, l'objet de recherches longues et persistantes. Il l'a traitée avec le même bonheur de deux façons différentes, directement et au moyen de la théorie des fonctions symétriques des racines des équations algébriques.

Son second procédé avait d'abord pénétré seul dans l'enseignement. Il repose sur cette remarque, que, si les deux équations entre lesquelles il s'agit d'éliminer x sont

$$f(x, y, z \dots) = 0 \quad \text{et} \quad \varphi(x, y, z \dots) = 0$$

et que $\alpha, \beta, \gamma \dots$ désignant les racines de $f(x, y, z \dots) = 0$, considérée comme une équation en x , le premier membre de l'équation résultante sera évidemment

$$\varphi(\alpha, y, z \dots) \varphi(\beta, y, z) \varphi(\gamma, y, z \dots) \dots;$$

et que les coefficients de cette fonction, ordonnée par rapport à $y, z \dots$, seront des fonctions symétriques de $\alpha, \beta, \gamma \dots$ au calcul desquelles toute la question se réduira, par conséquent.

Mais ces fonctions s'expriment au moyen des coefficients de l'équation

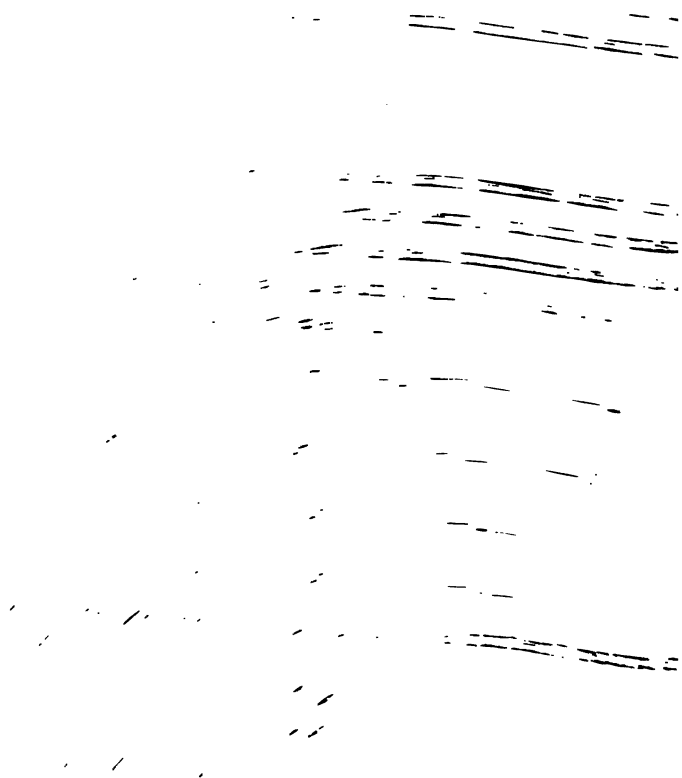
$$f(x, y, z \dots) = 0,$$

ordonnée par rapport à x , en fonction de y, z , etc., et il suffira de les remplacer par leurs formules dans le produit précédent, après l'avoir développé et ordonné.

C'est en suivant le développement de cette méthode que Bezout est parvenu à la démonstration du beau théorème qui porte son nom, relativement au degré de l'équation finale, ou résultante.

L'autre méthode d'élimination de Bézout avait peu frappé les esprits de ses contemporains, parce que la théorie des déterminants n'ayant pas encore été constituée, l'application ne pouvait guère en être faite d'une façon utile.

Elle repose sur cette remarque, que l'élimination de x entre



cette identité fournira $m + n$ équations du premier degré, homogènes, entre les $m + n$ inconnues intermédiaires $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{m-1}, \beta_0, \beta_1, \dots, \beta_{n-1}$; et l'élimination de $m + n - 1$ de ces inconnues $\dots, \alpha_{m-1}, \beta_0, \dots, \beta_{n-1}$ fournira une équation du premier degré, homogène, par rapport à l'inconnue restante, qui ainsi disparaîtra d'elle-même, comme facteur commun à tous les termes, et la suppression de ce facteur commun donnera la condition cherchée, c'est-à-dire le résultat de l'élimination.



WÉDGWOOD (JOSIAH).

(Né à Burslem en 1730, mort en 1795.)

Son père et la plupart des membres de sa famille s'occupaient de la fabrication de la poterie; destiné lui-même à exercer cette industrie, il ne reçut qu'une instruction très incomplète. Il n'avait pas encore onze ans lorsque son père mourut; il dut alors entrer, comme tourneur, dans l'atelier que dirigeait son frère aîné; mais, peu après, il fut atteint de la petite vérole, et, à la suite de cette maladie, on fut obligé de lui amputer la jambe droite, ce qui le rendit impropre au métier de tourneur. Il quitta alors Burslem et s'associa avec un nommé Harrison, établi à Stoke : ce fut, à ce que l'on croit, pendant cette association, qui ne fut pas de longue durée, que commença à se développer en lui un talent tout particulier dans la fabrication de la poterie d'ornement. Il se lia ensuite avec un négociant nommé Wheildon, pour lequel il fabriqua des manches de couteau imitant l'agate et l'écaille, des assiettes à fruits en forme de feuilles et d'autres objets du même genre. Comme Wheildon tirait un profit considé-

nable de la vente de la poterie ordinaire, il ne voulut pas s'aventurer dans une nouvelle voie, et Wedgwood revint à Burslem, où, établi dans un petit atelier qui n'avait qu'un toit de chaume, il continua à fabriquer de la poterie artistique. Ses affaires prospérèrent et lui permirent d'établir une seconde manufacture de poterie blanche et une troisième, d'où sortit la faïence casé au lait, qui devint si rapidement célèbre. Wedgwood présenta quelques pièces de cette nouvelle faïence à la reine Charlotte, qui lui commanda aussitôt un service complet et lui fit donner le titre de potier de la couronne. Wedgwood établit alors dans la capitale un magasin, où furent exposés les plus beaux produits de son industrie, et il trouva un auxiliaire actif dans son associé Bentley, qui, par ses connaissances scientifiques et littéraires et par ses relations avec d'éminents protecteurs des arts, lui rendit de grands services, surtout dans la partie artistique de la fabrication, et qui lui fit prêter, par de riches collectionneurs, des statues, des vases, des camées, des médaillons, des cachets, etc., propres à lui servir de modèles et dont il exécuta de belles reproductions. On cite, parmi les plus connues, celles d'échantillons de poteries antiques provenant des fouilles d'Herculanum et les copies du fameux vase Barberini. Elles étaient au nombre de cinquante, et, bien que chacune d'elles eût été vendue 1,250 francs, Wedgwood ne rentra pas dans les sommes qu'il avait dépensées pour leur exécution. A la suite d'essais sans nombre sur les différentes espèces d'argile et sur les matières colorantes, il réussit à produire des camées, des médailles et des statuettes d'une grande délicatesse, avec une substance si dure et tellement capable de résister à toutes les causes ordinaires de destruction, qu'elle semble devoir dépasser en durée même les bronzes de l'antiquité. On doit aussi à

Wedgwood l'art de peindre les vases et autres objets sans leur donner cette apparence de vernis qu'a la peinture ordinaire sur faïence. Cet art était connu des anciens Etrusques, mais le secret en était perdu depuis l'époque de Pline. Enfin, il inventa le pyromètre qui porte son nom, et qui, d'abord imaginé pour servir à régler la cuisson des pâtes destinées à fabriquer les diverses sortes de poteries, fut employé depuis par les physiciens. Ce pyromètre, fondé sur le retrait croissant qu'éprouve l'argile lorsqu'on la chauffe, est certainement loin d'être parfait, en raison surtout des variétés que peut présenter dans sa composition l'argile soumise à l'expérience; toutefois, la facilité avec laquelle chaque chef d'atelier peut en fabriquer lui-même des modèles à son usage l'a fait jusqu'ici préférer à d'autres plus exacts.

Le talent et l'énergie de Wedgwood lui avaient acquis une fortune considérable, et étaient même devenus une cause de richesse et de prospérité pour sa province natale. Ses deux manufactures, celle de Burslem et celle qu'il fonda plus tard à Etruria, village créé par lui près de Newcastle-under-Lyme, étaient devenues le foyer d'un actif mouvement industriel et commercial, et, d'après un rapport lu par Wedgwood, en 1785, à la Chambre des communes, le district du Staffordshire, au centre duquel ces manufactures étaient situées, ne comptait pas moins de 20,000 ouvriers, vivant de cette industrie. Wedgwood était devenu membre de la Société royale de Londres et de la Société des antiquaires. Il avait, en outre, pris l'initiative de plusieurs projets utiles: ainsi ce fut surtout à ses efforts que l'on dut l'établissement du canal de la Trent et de la Mersey, qui ouvrit une voie de communication entre les poteries du comté de Stafford et les côtes du Devonshire, du Dorsetshire et du comté de Kent.

Il fut aussi le fondateur et le principal directeur de la Chambre générale des manufacturiers de la Grande-Bretagne, formée en 1786 pour régulariser les relations commerciales entre l'Angleterre et l'Irlande; il fit, en outre, construire à ses frais, dans le district des poteries, une route longue de 12^{km}. Il fit toujours l'usage le plus généreux de la fortune qu'il ne devait qu'à son travail.

Il a publié plusieurs mémoires dans les *Transactions philosophiques*.



INGENHOUSZ (JEAN).

(Né à Bréda en 1730, mort en 1799.)

Médecin de Marie-Thérèse, puis de Joseph II, physicien et chimiste. C'est lui qui imagina d'employer pour les machines électriques les plateaux de verre, dont on se sert encore aujourd'hui, au lieu des cylindres creux qu'on employait autrefois et qui n'étaient jamais assez bien assujettis pour que le frottement fût très efficace.



FONTANA (L'ABBÉ).

[Né en 1730 à Pomarole (Tyrol), mort en 1805.]

Il observa le premier dans le chara, plante aquatique formée de petites tiges creuses et transparentes, articulées les unes aux autres et séparées par de petits diaphragmes, le mouvement alternatif de montée et de descente de petits corpuscules, dans le fluide qui remplit les tiges.



CAMERER.

(Né vers 1730.)

Il a laissé un traité intéressant sur le problème de mener un cercle tangent à trois cercles donnés. Il y a joint : *Appollonii de actionibus quæ supersunt, ac maxime lemmata Pappi in hos libros græce, nunc primum edita e codicibus insep̄tis, cum Vietæ librorum Apollonii restitutione, adjectis observationibus, computationibus ac problematis appolloniani historia.* (Gotha 1795.)



BOSSUT (CHARLES).

(Né à Tarare, près de Lyon, en 1730, mort en 1814.)

Il obtint de bonne heure la protection de Clairaut, et celle de d'Alembert qui devait se l'associer plus tard pour la partie mathématique de l'Encyclopédie. Il partagea, en 1760, avec l'un des fils de Daniel Bernoulli le prix proposé par l'Académie de Lyon *sur la meilleure forme des rames* et, l'année suivante, avec le fils d'Euler le prix *sur l'arrimage* proposé par l'Académie des Sciences. Il remporta un autre prix en 1762 dans un concours *sur la théorie des planètes*. L'Académie de Toulouse couronna aussi plusieurs de ses mémoires.

Il fut nommé à vingt-deux ans examinateur pour l'École du génie de Mézières, fut admis à l'Académie des Sciences en 1768 et obtint une chaire d'Hydrodynamique, créée pour lui au Louvre. Il rentra dans la retraite à l'époque de la Révolution.

Il fut, sous l'Empire, élu membre de l'Institut et nommé examinateur à l'École Polytechnique.

Outre son *Histoire des Mathématiques*, qui est de 1802, l'abbé

Bossut a laissé un cours complet de Mathématiques (1765), un *Traité de Mécanique* (1792) et des mémoires concernant la Navigation, l'Astronomie et la Physique. Il a donné aussi une édition des œuvres de Pascal.

/ Nous ne dirons rien des ouvrages didactiques de Bossut : ils ont vécu le temps que vivent les ouvrages de ce genre, vingt ou trente ans, au bout desquels les méthodes ayant changé, les élèves doivent recourir à de nouveaux guides; mais l'*Histoire des Mathématiques* mérite un examen spécial. Outre que celle de Montucla était déjà fort en retard, elle présentait quelques défauts : très proluxe en détails insignifiants, et d'ailleurs peu authentiques sur l'antiquité, elle effleurait seulement les grands sujets que présente la période moderne; la facture, au reste, en était lourde. Bossut a su débarrasser son sujet de beaucoup de discussions oiseuses sur l'antiquité, et son style net, clair et facile, pourrait en bien des endroits servir de modèle.

L'histoire de la Géométrie ancienne, dans l'ouvrage de Bossut est à peu près parfaite; mais la seconde partie de cet ouvrage comporte bien des critiques. En premier lieu, Bossut n'a rien compris à la révolution qui a marié les recherches jusque-là stériles de Diophante et des arithméticiens arabes à celles des géomètres grecs. Non seulement il ne décrit par les efforts de Tartaglia, de Cardan, de Viète, pour fonder l'application de l'Algèbre à la Géométrie, mais il ne paraît pas même les apercevoir; il raconte les découvertes de ces géomètres, mais sans voir qu'elles ouvrent un nouveau monde. La réduction du concret à l'abstrait, de la grandeur à sa mesure, par l'intervention d'une unité, la substitution des calculs sur les nombres aux combinaisons sur les figures, ne sont pas même signalées; ainsi l'histoire d'une des plus grandes

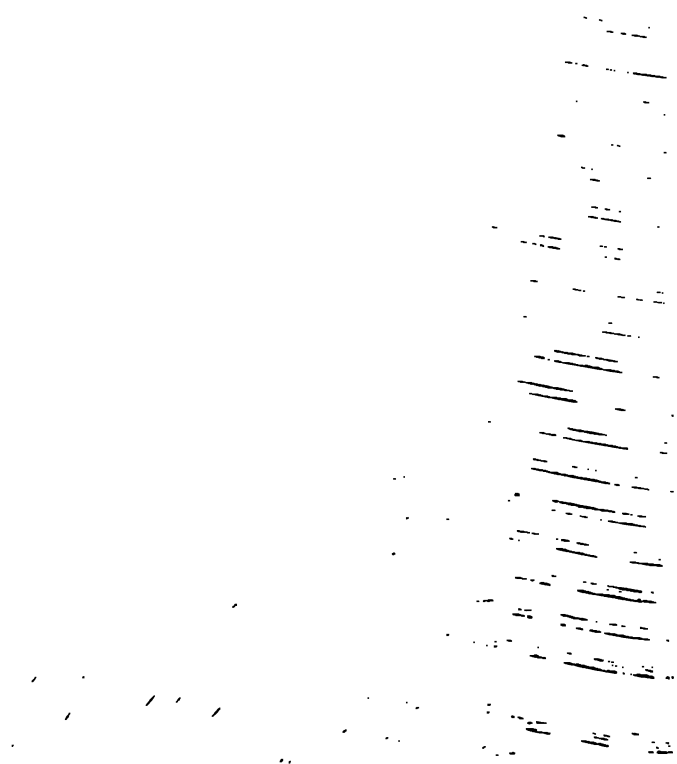
Évolutions qu'ait effectuées l'esprit mathématique manque totalement dans l'*Histoire des Mathématiques* de Bossut.

L'intervention de l'Algèbre dans les spéculations purement géométriques a, presque dès l'abord, créé une nouvelle série d'idées entièrement modernes, que Bossut n'entrevoit pas davantage ou qu'il n'aperçoit que dans leurs applications. Nous voulons parler de la méthode des modernes pour la découverte des conditions de possibilité des problèmes par la discussion des formules littérales, et de l'interprétation des solutions négatives ou imaginaires, à laquelle a abouti l'esprit de généralisation. Le calcul symbolique des formules des grandeurs impossibles (négatives ou imaginaires) n'obtient pas même une remarque dans cette histoire.

L'invention des calculs différentiel et intégral est bien présentée; toutefois la part qu'y eurent Descartes et Fermat, Roberval et Pascal est complètement passée sous silence.

Quant aux jugements portés par Bossut, ils sont souvent partiels et erronés. Ainsi la prépondérance qu'il accorde à Harriot et à Wallis, sur Descartes, en Algèbre, est tellement absurde qu'on ne se l'explique même pas. D'un autre côté, le persifflage dont Bossut accable Descartes au profit de Newton, à propos des théories de l'émission et des ondulations est très regrettable. Descartes avait sans doute eu tort de donner une forme trop positive à ses idées, assurément fort vagues, sur la lumière et la chaleur; mais, outre que Descartes avait précédé Newton de beaucoup, les théories de Newton ne reposaient en définitive que sur des hypothèses qu'on a dû ensuite abandonner.





On fabriqua des aciers qui ne le cédaient en rien à ce que l'industrie anglaise produisait alors de plus parfait en ce genre. Nommé, en 1775, commissaire du conseil pour l'inspection des mines et fourneaux, il apporta de grands perfectionnements dans l'exploitation des filons, trouva d'excellents procédés pour extraire le cuivre, pour retirer l'or et l'argent des cendres, pour traiter sans perte les parties des galènes les plus pauvres, pour traiter sans perte les minerais de fer, pour utiliser la plupart des scories du fer, etc.

En récompense de ses travaux, il reçut une chaire d'exploitation et de métallurgie à l'École des mines, créée par de Calonne, et fut élu à l'Académie des Sciences.

À ce moment privé de ses places pendant la Terreur, il les reprit après le 9 thermidor, et devint en même temps inspecteur général des mines.

Châtelain, à une grande bonté et à une rare modestie, unis avec un grand désintéressement. C'est ainsi qu'en 1777 il livra au public son procédé pour la cémentation de l'acier, sans même faire la peine de faire constater son droit de priorité. On a de ses *Mémoires*, dans le *Recueil de l'Académie des Sciences*, des articles dans le *Journal des mines*, dans l'*Encyclopédie méthodique*, dans le *Dictionnaire métallurgique*, etc. ; une *Géométrie souterraine élémentaire, théorique et pratique* (Paris, 1788), ouvrage fort estimé qui a été longtemps le manuel de nos mineurs de mines et qui a été traduit en allemand ; enfin un *Dictionnaire portatif, français-allemand, contenant les mots techniques relatifs à l'art d'exploiter les mines* (Paris, 1800, in-4°).



LESEUR CHÉLIER.

(N. de l'observatoire de Paris en 1810.)

Depuis à onze ans et le donant de douze enfants, il vit
sain et vaillant, sans autres recommandations qu'une bonne
telle et les premiers éléments de l'astronomie.

Delisle le prit chez lui pour tenir ses registres d'observation
sur les comètes. Il donna ses observations journalières et principa-
lement à la recherche des comètes.

Il fut nommé en 1811 membre du dépôt des cartes de
marine.

Delisle exigeait de lui qu'il gardât ses découvertes absolument
secrètes. Ils observèrent ensemble, du 21 janvier au 14 février
1812, la comète de Halley, qu'on attendait avec tant d'im-
patience, sans avoir les astronomes et sa réapparition.

Pendant plus de quinze ans il découvrit à lui seul plus
de comètes que tous les astronomes ensemble. Il entra à l'Académie
des Sciences en 1820 et fut élu le 20 l'Institut.

Chélier

CHÉLIER, CHÉLIER.

(N. de l'observatoire de Paris en 1810.)

Le second fils de lord Charles Chélier, duc de Devon-
shire. Comme tous les cadets de famille en Angleterre, il n'est
d'abord à sa disposition qu'un fort modeste patrimoine. Au lieu
de briguer quelque sinécure ou de chercher dans la carrière des
fonctions publiques un supplément à ses ressources, le jeune
homme se livra à l'étude des langues anciennes avec passion

ne tarda pas à faire des découvertes qui ont largement contribué aux progrès de la Chimie moderne. Les écrits où il les expose ont autant de chefs-d'œuvre de sagacité et de méthode. Ses expériences sur l'air atmosphérique, dont il a donné la première analyse exacte, et dans lequel il a montré la présence du gaz acide carbonique ; la découverte de la composition de l'eau et de l'acide trique ; celle des propriétés du gaz hydrogène ; la détermination de la densité moyenne du globe, etc., constituent des titres à une gloire scientifique des plus légitimes et des plus brillantes. Ce qu'on admire surtout dans Cavendish, c'est une précision exacte, goureuse, inflexible, dans toutes ses expériences, précision qui a eu pour avantage de le conduire à des découvertes qui auraient échappé à des savants de premier ordre, tels que Scheele et Priestley.

En 1773, un oncle de Cavendish, qui avait réalisé une immense fortune aux Indes, revint en Angleterre. Mécontent que la famille eût négligé son neveu, dont il avait reconnu le mérite, il lui fit à sa mort son unique héritier. Cavendish, pourvu tout à coup de trois cent mille livres de rente, se trouva ainsi le plus riche de tous les savants. Mais il ne changea rien pour cela à la simplicité de ses habitudes. C'était un homme singulier, et savamment singulier. Parmi les nombreux problèmes qu'il avait résolus, il mettait au premier rang celui de ne perdre ni une minute d'une parole : et il en avait trouvé en effet une solution si comète, qu'elle doit étonner les hommes les plus économes de temps et de mots. Ses gens connaissaient à ses signes tout ce qu'il lui fallait, et, comme il ne leur demandait presque rien, ce genre de dictionnaire n'était pas très étendu. Il n'avait jamais qu'un habit, que l'on renouvelait à des époques fixes, toujours avec du drap

de même qualité et de même couleur. Enfin l'on va jusqu'à dire que quand il montait à cheval il devait trouver ses bottes toujours au même endroit, et le fouet dans l'une des deux, toujours la même. Une occasion d'assister à quelques expériences nouvelles ou de converser avec quelqu'un qui pût l'instruire ou qui eût besoin de ses instructions, était seule capable d'interrompre l'ordre établi; ou plutôt ce genre d'interruption, étant prévu, faisait la même partie de cet ordre. Alors Cavendish s'abandonnait tout entier au plaisir de causer, et la conversation ne s'arrêtait point que tout ne fût éclairci. Dans tout le reste, son train de vie avait la régularité et la précision de ses expériences. Quant il fut devenu plusieurs fois millionnaire, on ne s'en aperçut qu'à quelques signes de plus, imaginés pour indiquer l'emploi que l'on devait faire de l'excédent de son revenu. Encore, pour obtenir ces nouveaux signes, fallait-il que son banquier le pressât à plusieurs reprises. Ce banquier l'avertit un jour qu'il avait laissé s'accumuler jusqu'à dix-huit cent mille francs, et que l'on ne pouvait plus sans honneur garder une si forte somme en simple dépôt; ce qui prouve assurément autant de délicatesse d'un côté que d'insouciance de l'autre. Il arriva ainsi que de signes en signes et de placements en placements, Cavendish finit par laisser trente millions. Cependant il s'était constamment montré généreux et bienfaisant. Il avait soutenu et avancé plusieurs jeunes gens qui annonçaient du talent; il avait créé une grande bibliothèque et un cabinet de Physique très riche, et il les avait consacrés si complètement au public, qu'il ne s'était réservé aucun privilège, empruntant ses propres livres avec les mêmes formalités que les étrangers, et s'inscrivant comme eux sur le registre du bibliothécaire. Un jour, le gardien de ses instruments de Physique vint lui dire avec

umeur qu'un jeune homme avait cassé une machine très précieuse et qui avait coûté très cher. « Il faut, répondit-il, que les jeunes gens cassent des machines pour apprendre à s'en servir ; faites-en faire une autre. »

La vie réglée de Cavendish lui a donné des jours longs et exempts d'infirmités. Jusqu'à la fin de sa vie, il a conservé l'agilité de son corps et la force de son génie ; il dut probablement à la réserve de ses manières, au ton modeste et simple de ses écrits, et autre avantage non moins grand, celui dont les hommes de génie jouissent le plus rarement, que jamais la jalousie ni la critique ne troublèrent son repos. Il est mort plein de jours et de gloire, chéri de ses émules, respecté de la génération qu'il avait instruite, célébré dans l'Europe savante, offrant à la fois au monde le modèle accompli de ce que tous les savants devraient être, et l'exemple touchant du bonheur qu'ils devraient avoir en partage. Il mourut à Clapham-Common, près de Londres, à l'âge de soixante-dix-neuf ans. — Cavendish était membre de la Société royale de Londres depuis 1760 et de l'Académie des Sciences de Paris depuis 1802. Tous ses écrits ont été insérés dans les *Transactions philosophiques*.

La plus célèbre des expériences de Cavendish est celle par laquelle il détermina la densité du globe terrestre. L'idée ne lui en appartenait pas, elle est due à Mitchell, aussi bien que l'appareil même dont Cavendish fit usage. Cet appareil se composait essentiellement d'un levier horizontal à bras égaux, suspendu par son milieu à l'extrémité d'un fil métallique sans torsion, et terminé à ses deux bouts par de petites balles en plomb, de même masse, qui pouvaient être écartées de leur position naturelle d'équilibre par l'attraction combinée de deux sphères massives,

pesant chacune 158^{kg}, qui, portées par une règle tournant autour de son milieu, situé dans le prolongement du fil, à une très petite distance de son extrémité, étaient amenées près de deux petites sphères mobiles; l'appareil était enfermé dans une chambre où l'on n'entrait pas pendant l'expérience, les déviations du levier s'observant du dehors au moyen de lunettes fixées munies de réticules dont les lignes de visée, lors de l'équilibre naturel du levier, aboutissaient aux divisions ou d'arcs enivoirés fixés aux deux petites balles, tandis qu'elles pouvaient tomber sur les autres divisions, lorsque le levier était dérangé de sa position primitive. Lorsque les grosses sphères étaient approchées des petites, l'équilibre s'établissait entre la force attractive exercée par elles et la réaction du fil. Cette réaction, proportionnelle à l'angle d'écart, se réduisait en définitive à un couple de forces appliquées aux deux petites balles et qui devaient être égales et directement opposées aux attractions exercées sur elles par les deux grosses sphères placées sur le cercle qu'elles pouvaient décrire. Chacune des forces du couple représentant la réaction du fil avait été préalablement déterminée conformément à la théorie de la balance de torsion, au moyen de la durée d'une oscillation du levier, non influencé par les grosses boules, que l'on plaçait momentanément aux extrémités du diamètre perpendiculaire à celui dans la direction duquel s'établissait l'équilibre naturel. Dans la machine employée par Cavendish, ces forces étaient représentées par

$$\frac{1}{818} \frac{pn}{t^2},$$

p désignant le poids d'une des petites balles, t le temps d'une oscillation, compté en minutes, et n le nombre des divisions de

deux arcs en ivoire qui mesuraient l'amplitude d'une oscillation.

D'un autre côté, d désignant la distance des centres d'une des grosses sphères et de la petite balle voisine, f l'attraction à l'unité de distance de deux masses égales à l'unité, et P le poids d'une des grosses sphères, l'attraction qui équilibrait la réaction du il était

$$\frac{fPp}{g^2d^2},$$

Par conséquent, n désignant le nombre des divisions qui mesuraient l'écart, on avait pour déterminer f , la relation

$$\frac{fP}{g^2d^2} = \frac{1}{818} \frac{n}{t^2},$$

d'où

$$f = \frac{1}{818} \frac{g^2d^2n}{Pt^2}.$$

Cette même force f , en désignant par Q le poids de la terre et par R son rayon, devait d'ailleurs être donnée par la relation

$$\frac{fpQ}{g^2R^2} = p \quad \text{d'où} \quad f = \frac{g^2R^2}{Q}.$$

On avait donc, pour déterminer Q , la condition

$$\frac{g^2R^2}{Q} = \frac{1}{818} \frac{g^2d^2n}{Pt^2},$$

d'où l'on tire

$$Q = 818 \frac{R^2}{d^2} \frac{t^2}{n} P.$$

En désignant par D la densité moyenne de la terre, le poids Q

serait représenté par

$$Q = \frac{4}{3} \pi R^3 D$$

D devait donc être donné par la formule

$$D = \frac{3 \times 818}{4\pi} \frac{t^2}{n} \frac{1}{R d^3} P.$$

Cavendish a successivement employé deux fils oscillant en temps très différents et il a trouvé dans les deux cas 5,48 po densité moyenne de la Terre, comparée à l'eau.



WOLLASTON (FRANÇOIS).

(Né en 1730, mort en 1805.)

Il fit ses études à l'université de Cambridge et s'y appliqua même temps à la Théologie et à l'Astronomie. Il entra ensuite dans les ordres et, après avoir exercé en différents endroits des fonctions de son ministère, il devint en dernier lieu recteur de Chislehurst, dans le comté de Kent. Il n'en continua pas même à cultiver sa science favorite et fut élu membre de la Société royale de Londres. On a de lui : *Adresse au clergé d'Angleterre et à tous les chrétiens* (1772); *Observations astronomiques* insérées dans les *Transactions philosophiques* (années 1775, 1784); *Fasciculus astronomicus*, ouvrage qui renferme des observations sur la région septentrionale circumpolaire (1811). *Tableau des cieux* (1811).



WILCKE (JOANN-KARL).

(Né à Wismar en 1732, mort à Stockholm en 1796.)

Il publia, en 1768, la première carte que l'on ait eue de l'inclinaison magnétique.



LEFRANÇAIS DE LALANDE (JOSEPH-JÉRÔME).

(Né à Bourg-en-Bresse en 1732, mort à Paris en 1807.)

Les jésuites, à qui fut confiée son éducation, l'élevèrent dans les pratiques les plus minutieuses de la dévotion. A l'âge de dix ans, Lalande composait des romans mystiques et des sermons qu'on lui permettait de débiter en chaire. Son père le plaça ensuite au collège de Lyon, où, pendant sa rhétorique, il montra le désir de se consacrer au barreau. La grande éclipse de Soleil de 1748 le détermina pour l'Astronomie. Ses parents l'ayant envoyé à Paris pour y faire son droit, il obtint de Delisle la permission de prendre part à ses observations; il suivit en même temps le cours que professait cet astronome au Collège de France, et devint, bientôt après, sans toutefois abandonner son premier maître, l'élève de Lemonnier, qui lui fit obtenir, à vingt ans, une mission assez délicate. Lacaille, en partant pour le Cap, avait publiquement invité tous les astronomes de l'Europe à concourir au succès de son expédition par des observations qui seraient confrontées avec celles qu'il allait faire lui-même. Lemonnier se fit donner la mission d'aller observer à Berlin; puis, quand tout fut prêt pour son départ, il se fit remplacer par Lalande, que Frédéric accueillit avec bonté, tout en montrant un grand étonnement de voir un si jeune homme chargé d'observations si importantes. Lalande,

bientôt reçu membre de l'Académie de Berlin, travaillait utilement avec Euler, et réformait ses idées dans la conversation de Maupertuis, d'Argens, de Lamettrie et des autres philosophes réunis à la cour du roi de Prusse. Il publia, dès 1752, une notice sous ce titre : *Domini de Lalande, astronomi regii, de observationibus suis berolinensibus, ad parallaxin lunæ definiendam*. L'Académie des Sciences récompensa ce travail en nommant Lalande, à vingt et un ans, à une place d'astronome vacant depuis plusieurs années.

Lalande, qui avait beaucoup de vénération pour Lacaille, fit tous ses efforts pour se faire associer par ce grand homme à ses travaux. Lemonnier, qui détestait Lacaille, vit avec le plus grand dépit la direction que tendait à prendre Lalande; il l'attaqua sans réflexion, Lalande répondit sans ménagement, et Lemonnier rompit entièrement avec son ancien élève. Lalande ne put jamais rentrer en grâce; il disait que son maître lui avait gardé rancune « pendant une révolution entière des nœuds de la lune. »

Il commença, vers 1753, à travailler à la théorie des planètes dont il s'est occupé ensuite tout le reste de sa vie. Il fit construire à cette époque un héliomètre de 18 pieds pour la détermination des diamètres apparents, dont il rectifia, pour plusieurs, notamment pour ceux de la lune et du soleil, les valeurs acceptées avant lui.

Il donna, en 1759, une nouvelle édition améliorée des Tables de Halley pour les planètes et les comètes, augmentée des Tables des satellites de Jupiter, par Wargentin, du catalogue de Lacaille et de l'histoire de la fameuse comète de Halley. Il n'avait pas encore réuni les éléments nécessaires pour donner des Tables entièrement neuves.

Il fut, en 1760, chargé de la rédaction de la *Connaissance des Temps*, et y fit entrer, pour la première fois, en 1760, de nombreuses notices biographiques. Cet usage s'est conservé depuis. La méthode de Lacaille, pour la détermination des longitudes par l'observation des distances de la lune au soleil et aux étoiles, venait d'être adoptée, en Angleterre, à la recommandation de Maskelyne; Lalande disposa la publication dont il était chargé, et qui, comme on le sait, est principalement faite pour nos marins, de manière à rendre facile l'application de cette méthode.

Delisle, presque octogénaire, lui abandonna, en 1762, sa chaire de professeur d'Astronomie au Collège de France; Lalande l'a occupée avec éclat jusqu'à ses derniers jours. Il y a formé un grand nombre de disciples, parmi lesquels on distingue Henry, Barry, Piazzzi, d'Agelet, Le Français de Lalande; son neveu, enfin Méchain. Il attirait chez lui, pour les former aux observations et aux calculs, ceux de ses jeunes auditeurs qu'il voyait les plus attentifs, et allait même jusqu'à les prendre en pension, pour trouver le moyen de les aider en réduisant leurs dépenses.

La première édition de son grand *Traité d'Astronomie* est de 1764. C'était, sous tous les rapports, l'ouvrage le plus complet qu'on eût encore publié sur cette Science.

Lalande était, en 1769, à la tête des astronomes français, et se trouva naturellement investi, pour le passage de Vénus de cette année, des mêmes fonctions centralisatrices dont Lacaille avait été chargé pour le passage de 1761. Mais son autorité, beaucoup moins grande, ne fut pas aussi généralement acceptée. Les expéditions dirigées par Hell, en Finlande, Green et l'amiral Cook, à Taïti, et qui produisirent les meilleurs résultats, avaient été

calculs qu'on lui avait transmis, et, par précaution, es-
jeter des doutes sur les observations qui n'avaient pas été
sées à Paris. Tout cela ne profita pas à la gloire de l'Astr
française. La parallaxe du soleil fut alors fixée à peu près
Lalande et Hell trouvèrent bientôt d'autres motifs de se
ler; mais, à la mort de Hell, Lalande s'empressa de reve
les jugements précipités qu'il avait portés.

Une autre affaire singulière lui tomba sur les bras, à l
époque (1773) : il avait préparé, pour une lecture pub
l'Académie, un Mémoire sur les comètes, qu'une circo
indifférente l'empêcha de communiquer. Le public, on
pourquoi, se figura que Lalande avait dû prédire la des
de notre planète. L'émotion fut telle, que le lieutenant d
voulut avoir communication du Mémoire. N'y ayant trou
d'alarmant, il en ordonna la publication; mais le public re
suadé qu'on avait obligé Lalande à changer le texte de s
nuscrit.

La même année 1773, sa légèreté et sa manie de dis
lui suscitèrent une querelle avec Cassini de Thury, qui
pas à sa hauteur comme astronome, mais qu'il attaqua a
véhémence injustifiable. Son pamphlet avait été reçu av

adienne. Ce fut Delambre qui apaisa cette nouvelle querelle.

Un passage de Mercure devait avoir lieu le 3 mai 1786. Lalande eut l'imprudence de l'annoncer la veille, dans le *Journal de Paris*, précisant jusqu'à la seconde l'heure de la fin du phénomène. Les tables étaient loin encore d'être assez parfaites pour qu'il fût possible de donner une approximation comparable à celle à laquelle prétendait Lalande; il se trompa de 40^{min}, et en fut d'autant plus honteux que Mercure était justement celle des planètes qui l'avait le plus occupé. Cette erreur n'enlève rien à son mérite, elle montre seulement que le progrès est lent. Deux siècles auparavant, Hévélius avait attendu quatre jours un passage analogue; de quatre jours à 40 minutes, la différence est déjà grande.

L'un des derniers ouvrages auxquels Lalande donna ses soins est le complément de la seconde édition de l'*Histoire des Mathématiques*, de Montucla, qu'il fit paraître en 1802, après la mort de l'auteur, d'après les manuscrits qu'il avait laissés, mais avec des additions de divers savants et de lui-même.

Outre ses nombreux ouvrages, Lalande avait inséré plus de 150 mémoires dans le recueil de l'Académie. Il avait donné des articles intéressants au supplément de l'*Encyclopédie*, et avait refondu, en 1789, pour l'*Encyclopédie méthodique*, tous les articles d'Astronomie de cette collection.

« Lalande, dit Delambre, n'a point renouvelé la Science astronomique dans ses fondements, comme Copernic et Kepler; il ne s'est point immortalisé, comme Bradley, par deux découvertes brillantes; il n'a point été un théoricien aussi savant et aussi précis que Mayer; il n'a point été, au même degré que Lacaille, un observateur et un calculateur exact, adroit, industrieux,

scrupuleux et infatigable; il n'a point eu, comme Wargentin, sans
constance de s'attacher à un objet unique, pour être seul à d'es
un rang à part; mais, s'il n'est à tous ces égards qu'un su L
homme de second ordre, il a été le premier de tous comme pro del
seur : plus qu'un autre, il a su répandre l'instruction et le pa dar
de la Science. Il voulut être utile et célèbre, et il sut y réussir par
ses travaux, par son activité, par son crédit et ses sollicitations va
enfin, en entretenant une correspondance très étendue avec
savants. Il chercha sans cesse à faire le bien de l'Astronomie su
voulut la servir même après sa mort, par la fondation d'une m 17
bourse que l'Académie des Sciences décerne chaque année à l'a d'
teur de l'observation la plus intéressante, ou du mémoire le plus (1
utile aux progrès de l'Astronomie. » tit

Il aimait d'ailleurs, à faire parler de lui, n'importe comme r
et il disait lui-même : « Je suis toile cirée pour les injures n
lance pour les louanges. » Il poussait l'amour du bruit et de l
popularité jusqu'à s'installer la nuit, sur le Pont-Neuf, avec
à l'ombre de ses lanternes les étoiles aux passants : jusqu'à faire
à tous les tourtereaux de se rendre en ballon à sa fête. Il se fai
à se faire descendre au bois de St. Germain.

Le comte de Sarmis, Lalande était un excellent homme qu
aimait ses amis.

Malgré sa complexion assez faible, Lalande jouit cepen
d'une bonne santé. L'exercice du cheval, la diète, l'ex
exercice, la lecture, les promenades composaient toute son hygiène. Malheu
heureusement son régime n'était pas son système : attaqué depuis trois
ans par le rhumatisme, il n'en sortait pas moins tous les
jours à cheval. Il conserva jusqu'à sa mort le même

g-froid, la même netteté dans les idées et toute sa présence prit.

La longue carrière de Lalande n'a guère eu, pour les progrès de l'Astronomie, d'autre résultat qu'une plus grande exactitude dans les évaluations numériques des diamètres apparents, des parallaxes, de la diminution de l'obliquité de l'écliptique et des variations séculaires des orbites des planètes.

Voici la nomenclature de ses principaux ouvrages : *Mémoires sur la parallaxe de la Lune et sur sa distance à la Terre* (1752-57); *Mémoire sur les Équations séculaires* (1757); *Traité d'Astronomie* (1764); *Mémoires sur la théorie de Mercure* (1766-1786); *Mémoires sur les taches du Soleil et sur sa rotation* (1776-1778); *Mémoires sur la planète d'Herschel* (1779-87); *Mémoire sur la durée de l'année solaire* (1782); *Astronomie des Dames* (1785-1806); *Observations de huit mille étoiles réelles* (1789-1790).

Lalande a rédigé presque entièrement la partie du troisième volume de la seconde édition de l'*Histoire des Mathématiques*, de Fontenelle, qui se rapporte à l'Astronomie moderne.

Il a aussi publié de nombreux articles dans l'*Histoire de l'Académie des Sciences*, la *Connaissance des Temps*, le *Journal des Savants*, les *Acta Eruditorum*, de Leipzig, etc.



MASKELYNE (NEVIL).

(Né à Londres en 1732, mort en 1811.)

Il trouva sa vocation dans le spectacle de l'éclipse de soleil

de 1748; il se lia bientôt avec Bradley, d'après les observations duquel il construisit sa table des réfractions, la seule employée pendant longtemps. Il fut envoyé à Sainte-Hélène, en 1761, pour y observer le passage de Vénus sur le soleil; mais ce voyage ne fut d'aucune utilité directe, l'observation ayant été empêchée par le mauvais temps. Il en rapporta cependant l'idée du parallélisme de suspension encore en usage aujourd'hui pour les fils à plomb des secteurs. Il publia, en 1763, un *Guide du marin*. Il y exposait à l'Angleterre d'adopter le plan d'almanach nautique par Lacaille; il fut chargé de mettre ce plan à exécution. Il fut appelé, en 1765, à la direction de l'observatoire de Greenwich où il demeura pendant quarante-sept ans.

C'est de lui qu'on a appris à disposer cinq fils parallèles de la lunette méridienne et à observer successivement, à l'aide de l'oculaire mobile, les cinq passages, pour prendre la moyenne des temps.

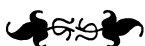
Les observations de Bradley ont été publiées par ses soins. Les dépenses en étaient aux frais de la Société Royale. Ce n'est qu'à cette époque qu'on a commencé à obtenir des gouvernements les fonds nécessaires à la publication si indispensable des résultats des recherches effectuées dans les observatoires.

Bouguer avait déjà, au Pérou, constaté la déviation produite sur le fil à plomb par l'attraction d'une montagne. Maskelyne répéta l'expérience en Ecosse et en tira un moyen d'en déduire la densité moyenne du globe. Il établit successivement au nord et au sud du mont Shehallien deux postes d'observation et trouva pour la somme des déviations $11''{,}6$; d'un autre côté, Hutton, en 1778, cuba la montagne et en détermina la densité. De l'examen des résultats obtenus dans ces deux opérations, on a pu

Lire que la densité moyenne du globe est à peu près cinq fois celle de l'eau. Cavendish a trouvé depuis 5,48.

Les observations des astronomes envoyés par l'Angleterre en divers points du globe, pour le passage de Vénus, furent centrées entre les mains de Maskelyne, qui en conclut pour la distance du soleil 8",8. On admet aujourd'hui 8",5.

Maskelyne a été pendant neuf ans l'un des huit associés étrangers de notre Institut. Tous les astronomes de l'Europe avaient en lui la plus grande estime.



MASON (CHARLES).

(Né vers 1732.)

Il était aide de Bradley, à Greenwich, lorsque les tables de Mayer pour la lune furent envoyées à Londres, en 1755. Mason compara à 1,200 observations faites par Bradley et les trouva généralement conformes. Toutefois, Maskeline conçut l'espoir de les améliorer encore et confia ce travail à Mason. Ces tables révisées ont paru sous le titre : *Mayer's lunar tables improved* Charles Mason, published by order of the Commissioners of Longitude (1787). Lalande les a reproduites en 1792 dans son astronomie.

Mason, envoyé en Pensylvanie pour y tracer des délimitations de territoires, voulut profiter de son voyage pour mesurer, avec son collaborateur Dickson, un arc du méridien. Il mourut pendant l'opération.



TRUDAINE DE MONTIGNY (JEAN-CHARLES-PHILIBERT),
FILS DE DANIEL-CHARLES TRUDAINE.

[Né à Clermont (Auvergne) en 1733, mort en 1777.]

Il reçut, sous les yeux de son père, l'éducation la mieux dirigée et l'instruction la plus élevée. Après une étude approfondie des lois, il apprit de Clairaut, dont il est resté l'ami jusqu'à la mort, tout ce qu'on savait alors de Mathématiques, et de l'Histoire naturelle, la Chimie et la Physique sous les meilleurs maîtres. Il suivit ensuite les cours des ponts et chaussées; il s'adonna à fond l'anglais, l'italien et l'allemand. Il avait vingt-cinq ans lorsque son père obtint qu'il lui fût adjoint dans sa charge d'intendant des finances, avec promesse de la survivance (1758). Il fut chargé des quatre départements des fermes générales de commerce, des manufactures et des ponts et chaussées. Trudaine rêvait déjà l'unité d'impôt, à laquelle nous n'avons pu encore parvenir, et cherchait surtout à faire supprimer toutes ces taxes peu importantes par leurs produits, dont la perception exige d'innombrables employés et entraîne des vexations insupportables. Mais, subordonné toujours à des ministres inébranlables d'autres idées, il ne put obtenir que des améliorations de détail. Il put cependant faire l'expérience de ses idées dans le petit pays de Gex, auquel il rendit un peu de calme, avec le concours de Voltaire. Une contribution unique, consentie par les états provinciaux mêmes, remplaça cette foule d'impôts dont la perception, à raison de la position géographique du pays, séparé de France par une chaîne des Alpes, et contigu à la Suisse, exigeait un département spécial d'agents.

Trudaine rendit des services plus importants dans le département

du commerce. Il était partisan déclaré de la liberté illi-
e du commerce en général et pensait que les lois les plus
ment combinées ne produiraient pas le bien que la liberté
donner. Mais c'est surtout dans le commerce des sub-
nces que toute atteinte à la liberté lui paraissait dangereuse
mpuissante à compenser l'effet naturel d'une libre concur-
e. Trudaine rencontra des obstacles de toutes sortes dans
omplissement de ses projets. Il parvint toutefois, en 1763, à
oir, pour le commerce des grains, la liberté à l'intérieur et
ques atténuations dans les difficultés apportées aux échanges
l'étranger. Malheureusement, quelques mauvaises récoltes
inrent au moment même du changement de système, et les
sages qu'il avait fait rendre ne valurent à Trudaine que des
ûts.

Il porta les mêmes principes de liberté dans l'administration
département des manufactures. Sous lui, notre industrie
richit d'un grand nombre de découvertes faites en France ou
sées par ses soins à l'étranger. En cherchant à connaître les
rets de fabrication des autres nations, il ne songeait pas au
te à leur cacher nos progrès. Il était convaincu, dit Condorcet,
e les hommes n'ont qu'un même intérêt, celui que chez toutes
nations les arts soient au plus haut degré de perfection pos-
le, et l'idée de flatter la vanité nationale par une indépendance
tendue de toute production étrangère ne lui paraissait qu'une
irlatanerie politique.

Le père de Trudaine avait déjà beaucoup fait pour la multi-
cation et l'amélioration des grandes routes; le département des
ats et chaussées prit encore plus d'activité et d'importance
re les mains du fils, qui lui succéda, comme intendant général

des finances en 1769. Cette charge ayant été supprimée, il refusa les fonctions de contrôleur général et rentra dans la vie privée, voulant faire lui-même l'éducation de ses fils et s'occuper à ses études de prédilection; mais il mourut presque aveugle. Il était membre de l'Académie des Sciences.

1733-1799

BORDA (JEAN-CHARLES).

(Né à Dax en 1733, mort en 1799.)

Après quelques années passées au collège de La Flèche, Borda entra dans le génie militaire. Il présenta en 1756 à l'Académie des Sciences, sur le mouvement des projectiles, un mémoire qui lui valut la nomination de membre associé à cette académie. Il publia ensuite différents mémoires sur le meilleur emploi des roues hydrauliques; sur le mouvement des projectiles, en tenant compte de la résistance de l'air; sur le Calcul des variations récemment conçu par Lagrange, etc.

Il reçut de l'Académie, en 1771, la mission de trouver les moyens de vérifier en mer les montres marines, fut adjoint à une commission scientifique aux Açores et aux îles du Cap Vert en 1775, puis aux îles Canaries, pour en déterminer exactement la longitude par rapport au méridien de Paris.

Adjoint plus tard à Delambre et Méchain, pour la mesure d'un arc du méridien, il fut spécialement chargé de tout ce qui se rattachait aux applications des principes de Physique. Il inventa alors la règle thermomètre pour la mesure des bases, le cercle répétiteur, naturellement rendit aussi de grands services.

M. Biot dit de Borda : « Il doit être regardé comme l'un des

s qui ont rendu le plus de services à l'art nautique, tant à l'exactitude des instruments qu'il a donnés aux marins que à la ressemblance avec laquelle il a su rapprocher d'eux les méthodes arithmétiques, sans rien ôter à celles-ci de leur exactitude. »

« Les ouvrages dont nous avons parlé, il a laissé des tables métriques décimales, que Delambre a revues et publiées.

†.



PRIESTLEY.

à Fieldhead en 1733, mort à Northumberland (Pensylvanie) en 1804.]

Priestley père était fabricant de draps, sa mère mourut lorsqu'il n'avait encore que six ans. Placé dans une pension libre, il y apprit le latin, le grec et l'hébreu ; il apprit ensuite l'arabe, l'allemand, l'italien et le français.

Il entra d'abord dans des discussions religieuses qui, du reste, ne le retinrent pas, jusqu'à la fin de ses jours, la plus grande part de son

temps fut occupée en 1767 une *Histoire de l'électricité*, qui lui ouvrit les portes de la Société royale de Londres. Peu après il s'occupa de ses expériences sur l'*air fixe* (acide carbonique) l'*air nitreux* (d'azote) et l'*air déphlogistiqué* (oxygène).

Il vint pressa de communiquer les résultats de ses recherches à la Société royale de Londres, qui lui décerna la médaille de

l'Académie de Paris, dit Cuvier, lui accorda un prix non facile et plus difficile à obtenir, parce qu'il est plus rare : sur ses huit places d'associés étrangers, auxquelles tous les

savants de l'Europe concourent, et, dont la liste, commençant par les noms de Newton et de Leibniz, n'a dégénéré dans les temps de ce premier éclat. »

Il publia encore une *Introduction familière à l'étude de la perspective* (1771) et une *Histoire des découvertes relatives à la vision et aux couleurs* (1772).

Le marquis de Lansdowne lui offrit vers cette époque une place de bibliothécaire dans une de ses résidences, mais ses opinions religieuses, peu orthodoxes, et ses vues politiques, très avancées, le brouillèrent bientôt avec le noble marquis.

Il était un peu en lutte alors avec toutes les sectes religieuses de son pays et surtout avec l'Église anglicane.

Il se retira à Birmingham, près de Watt et de Wegwood, amis, qui lui offrirent une petite maison qu'il habita onze ans, où on lui avait établi un laboratoire de Physique et de Chimie.

Priestley accueillit avec enthousiasme la Révolution française dont il fut une des victimes. Les gens qu'il avait tant aidés en Angleterre, soulevèrent une émeute contre lui en 1793, propos d'un banquet pour fêter l'anniversaire de la prise de la Bastille, banquet auquel il n'avait pas même assisté.

Sa maison fut saccagée de fond en comble par la populace, ses instruments, ses collections, ses manuscrits, sa bibliothèque mobilière, tout fut livré au feu.

Il demeura encore trois ans en Angleterre; mais, de plus en plus en but à la haine des lords, des évêques et du gouvernement, il s'embarqua pour l'Amérique en 1794.

C'est en 1772 que Priestley publia ses premières *Observations sur différentes espèces d'air* (*Observations on different kinds of air*).

qui eurent, dès leur apparition, un grand retentissement parmi les savants de l'Europe. Traduit dans toutes les langues, inséré dans les recueils des principales Académies, cet ouvrage eut l'éveil aux savants, qui appliquèrent leurs recherches à l'étude des corps aériformes. C'est l'*air fixe*, c'est-à-dire l'acide carbonique, que Priestly étudia tout d'abord. Voisin d'une brasserie qu'il visitait quelquefois, il avait conçu l'idée d'extraire l'air qui se dégage des cuves pendant la fermentation. Ses observations furent peu fructueuses; elles n'ajoutèrent presque rien à ce qu'avaient déjà indiqué Black et Bergmann. Il remarqua cependant que la pression de l'atmosphère favorise la dissolution de l'acide carbonique dans l'eau, et qu'à l'aide d'une pompe de compression on pourrait facilement communiquer à l'eau ordinaire les propriétés de l'eau de Seltz. Mais, en cherchant un moyen de rendre l'acide carbonique propre à la respiration, il arriva à une grande découverte, une des plus importantes de la Science moderne. Il trouva que les végétaux peuvent parfaitement vivre dans l'acide carbonique où les animaux périssent, et que, de plus, les végétaux communiquent à cet air les propriétés de l'air commun; il trouva aussi que ce dernier phénomène n'a lieu que sous l'influence de la lumière du jour : qu'il cesse la nuit.

Il était arrivé à ce résultat en exécutant de nombreuses expériences sur des tiges de menthe et des souris; voici comment il exprime à ce sujet : « Les preuves d'un rétablissement partiel de l'air par des plantes en végétation servent à rendre très probable que le tort que font continuellement à l'atmosphère la respiration d'un si grand nombre d'animaux et la putréfaction de grandes masses de matières végétales et animales, est réparé, au

moins en partie, par le règne végétal; et, malgré la masse prodigieuse d'air qui est journellement corrompue par les causes énumérées, si nous considérons l'immense profusion de végétaux qui couvrent la surface du sol, on ne peut s'empêcher de convenir que tout est compensé et que le remède est proportionné au mal. »

Priestley signalait aussi un moyen mécanique propre à l'entretien de l'atmosphère : « L'agitation des eaux par les vagues, et, par suite, la mise en liberté de l'air dissous dans les eaux, qui est encore plus riche en molécules respirables que l'air commun de l'atmosphère. »

Dans ses nombreuses expériences, Priestley se servait, pour recueillir les gaz, d'un appareil analogue à celui de Hales, dans lequel il avait substitué le mercure à l'eau, pour pouvoir recueillir facilement les gaz solubles.

Dans les années 1771 et 1772, Priestley fit des recherches sur l'inflammabilité et l'irrespirabilité du gaz inflammable (hydrogène), dont Cavendish avait, en quelque sorte, retrouvé le mode de préparation.

Ce fut le 4 juin 1772 que Priestley découvrit le bioxyde d'azote, en soumettant du cuivre à l'action de l'eau-forte et en recueillant les gaz qui se dégageaient. Il trouva que l'*air nitreux* (nom qu'il donnait au bioxyde d'azote) est irrespirable et rouille au contact de l'air.

Le passage le plus important du travail de Priestley sur l'air nitreux est celui où il propose de faire servir ce gaz à l'analyse de l'air. Dans son mémoire intitulé : *Of air infected with the fumes of burning charcoal*, il assure avoir constaté par ce moyen une différence réelle entre l'air de son laboratoire, au sein duquel

Plusieurs personnes avaient respiré durant quelques heures, et l'air pris à l'extérieur de la maison. Il propose, en outre, ce gaz comme un préservatif de la putréfaction, pour conserver des animaux, des pièces d'anatomie, etc. Il prétend avoir conservé ainsi, intactes et sans aucun indice de putréfaction, au milieu des chaleurs caniculaires de 1772, pendant vingt-cinq jours, deux souris mortes.

Priestley essaya, à diverses reprises d'expliquer la coloration rouge que prend le bioxyde d'azote quand il arrive au contact de l'air; mais il ne put y réussir : c'est à Lavoisier qu'était dévolue cette tâche.

C'est en cherchant comment la vapeur de charbon rend l'air irrespirable que Priestley découvrit l'azote. L'expérience qu'il tenta à ce sujet consistait à suspendre des morceaux de charbon dans des vases de verre remplis d'eau jusqu'à une certaine hauteur et renversés sur une cuve à eau et à diriger sur ce charbon le foyer d'une lentille. Il observa que, dans cette expérience, il se produisait de l'air fixe (acide carbonique) qu'absorbait l'eau de chaux, avec laquelle il formait un précipité blanc; qu'après cette absorption la colonne d'eau était diminuée d'un cinquième et que l'air restant éteignait la flamme, faisait périr les animaux, et n'était absorbé ni par l'air nitreux (bioxyde d'azote), ni par un mélange de limaille de fer et de soufre humide. Cet air, ainsi obtenu et parfaitement caractérisé, n'était autre que le gaz azote.

Cette découverte était capitale, elle tenait en germe toute la Chimie moderne; et elle eût suffi à la gloire du savant qui aurait su en tirer les conséquences immédiates. Malheureusement, entre les mains de Priestley, elle resta complètement stérile. Il se perdit dans des explications obscures, amphibologiques, sur l'in-

Plus tard, il substitua au charbon, du plomb, de constata de nouveau la diminution du volume d'air par la combustion; mais il dédaigna d'étudier ce fait, duquel devait tirer plus tard les principes de la Chimie moderne.

Dans le courant de l'année 1771, Priestley eût l'idée de chauffer du nitre dans un canon de fusil et de recueillir le gaz qui se dégagait pendant l'expérience. Ce gaz se disait Priestley, en ce que loin d'éteindre une chandelle, il activait la combustion avec un bruit semblable à celui qui se produit la déflagration du nitre. » Priestley le nomma *air*, car c'était un mélange d'oxygène et de protoxyde d'azote.

En terminant son rapport sur ces expériences, Priestley écrivait : « Ces faits me paraissent très extraordinaires et importants, ils pourront, dans des mains habiles, conduire à des découvertes considérables. » Cette prophétie, faite en 1771, devait s'accomplir plus tôt qu'il ne le pensait.

Suivant une idée préconçue, Priestley essaya de revivifier les oxydes métalliques, non plus avec du charbon, comme on le faisait auparavant, mais par l'électricité. Il opéra sur du minium, sur lequel il fit agir des étincelles d'une machine électrique à plaque et recueillit sur une cuve à mercure le gaz qui prit naissance.

chais de tirer de l'air du *mercure calciné per se* (oxyde rouge de mercure obtenu par la calcination du mercure à l'air libre), je trouvai sur le champ que, par le moyen d'une forte lentille, on chassait l'air très promptement. Ayant ramassé de cet air environ trois ou quatre fois le volume de mes matériaux, j'y mis de l'eau et je trouvai qu'elle ne l'absorbait point ; mais ce qui me surprit plus que je ne puis l'exprimer, c'est qu'une chandelle brûla dans cet air avec une flamme d'une vigueur remarquable. » Priestley obtint le même résultat avec le précipité rouge d'oxyde de mercure obtenu par précipitation). Mais il confondit l'oxygène avec l'air nitreux ; plus tard, s'étant procuré de l'oxyde rouge de mercure d'une grande pureté, il fit des expériences comparatives avec le minium, d'une part, et l'oxyde de mercure de l'autre. Dans les deux cas il obtint les mêmes résultats et arriva à ce propos : « Cette expérience avec le minium me confirma davantage dans mon idée que le mercure calciné doit emprunter à l'atmosphère la propriété de fournir cette espèce d'air, le mode de préparation du minium étant semblable à celui par lequel on fait le mercure calciné. » Priestley ne reprit ses expériences qu'au mois de mars 1775, alors que Lavoisier avait déjà publié son *Mémoire sur la calcination de l'étain*. Il constata que l'oxygène, qu'il appelait air déphlogistiqué, est un peu plus pesant que l'air ; qu'il forme avec l'air inflammable (hydrogène), employé dans de certaines proportions, un mélange détonant à l'approche d'une flamme et qu'il serait facile de produire, à volonté, une température très élevée à l'aide de soufflets remplis d'air déphlogistiqué. Nous ferons remarquer à ce propos que c'est là la première idée du chalumeau à gaz. Continuant ses recherches, Priestley eut l'idée d'introduire l'emploi de son air

de ce gaz, « il lui sembla, dit-il, que sa poitrine se tranquilièrement dégagée et à l'aise pendant quelque temps soulevant la grande question de la constitution de l'air. Priestley « invite les chimistes de tous les temps et de tous les pays à s'assurer, par des expériences réitérées, si l'air conservera toujours le même degré de pureté, la même teneur d'air vital, ou s'il y aura quelque changement pendant des siècles. » Priestley s'est presque constamment appliqué à des recherches relatives aux gaz. Il fit connaître l'existence de plusieurs principaux. Nous avons déjà cité le bioxyde d'azote, l'oxygène; nous ajouterons le gaz ammoniac, l'acide carbonique, l'acide sulfureux, l'hydrogène carboné, l'hydrogène sulfuré et l'hydrogène phosphoré.

Nous venons de raconter les principales découvertes de Priestley; nous ajouterons que la théorie du phlogistique, depuis l'époque où elle fut dépouillée de son prestige, perdit en Priestley son dernier défenseur. Priestley mort, on cessa d'invoquer sa théorie comme un argument contre les idées de l'école moderne de Science, sous l'impulsion de Lavoisier et placée par les bases nouvelles, put marcher de progrès en progrès.

M. Dumas, dans ses *Leçons de Philosophie chimique*, a fait de Priestley une critique sévère, mais judicieuse, que nous ne

ent aride et immuable, parcourrait l'espace comme un cadavre inutile. Mais, pour coordonner les faits qu'il observait, pour imaginer la théorie générale à laquelle il préparait de si riches matériaux, il fallait cette logique puissante qui lui a manqué, il était un vrai génie. Or, si Priestley pouvait, sans connaissances chimiques, découvrir des gaz, les étudier, mettre à nu leurs propriétés et faire une foule d'observations détachées, toujours utiles, souvent même éclatantes, Priestley ne pouvait plus si aisément écouter la réforme que ses propres découvertes rendaient imminente. Privé de connaissances chimiques, la théorie devait être son écueil, et d'autant plus qu'il en sentait moins l'importance. Comme il fait ses expériences sans motifs et sans plan arrêté, ses résultats ne se groupent jamais dans son esprit. Aussi, à mesure qu'il trouve des corps nouveaux, il s'égare davantage. Plus ses découvertes se multiplient, moins il s'en rend compte; plus la lumière qui doit jaillir de ses observations semble près de briller, plus l'obscurité de ses idées se montre profonde..... Priestley s'est rendu justice en avouant ce que le hasard a fait pour lui; il a même beaucoup exagéré et ne s'est pas rendu compte de la part que son raisonnement avait eue dans ses succès. Mais quand il étend à toutes les découvertes humaines cette influence du hasard, il commet une erreur monstrueuse que combattent, au lieu de l'appuyer, son histoire elle-même et ses écrits, tout imprégnés qu'ils sont de son orgueilleuse humilité. »

Toutefois, si Priestley doit être jugé sévèrement, au point de vue de l'interprétation des faits, il ne faut pas méconnaître que, par sa merveilleuse sagacité, il a rendu à la Science les plus grands services par la seule découverte de ces faits. Aussi terminerons-nous cette appréciation de l'œuvre de Priestley en disant,

avec M. Hoëfer : « Rien de tout cela ne doit amoindrir le titre d'admiration qu'il convient de payer aux beaux travaux de grand génie. Comme tant d'autres, Priestley subissait, le jour de la doctrine de Stahl. Laissons-lui l'honneur, qu'il semble de leurs réclamer lui-même, de la découverte de l'oxygène et beaucoup d'autres gaz ; cela ne diminuera en rien la gloire. Lavoisier, qui a construit tout l'édifice de la Science avec ces matériaux qui, dans d'autres mains, seraient peut-être restés complètement stériles et sans conséquence. »

Les ouvrages de Priestley sont excessivement nombreux ; nous citerons seulement les principaux : *Grammaire anglaise* (Londres 1762-1768) ; *Observations pour l'usage de ceux qui font progrès dans le langage* (1772) ; *Leçons sur la théorie du langage et la grammaire universelle* (1772) ; *Essai sur un système d'éducation libérale* (1765) ; *Essai sur le gouvernement* (1765) ; *Tablettes biographiques* (1765) ; *Leçons sur l'histoire et la politique générale* (1788) ; *Cours et leçons sur l'art oratoire pratique* (1777) ; *Examen de la doctrine du sens commun, que la concevaient les docteurs Reid, Beattie et Oswald* ; *Défense de l'unitarianisme* ; *Défense de la doctrine de la nécessité* ; *Principes de la religion naturelle et révélée* ; *Recherche sur la matière et l'esprit* ; *Histoire des corruptions du christianisme* ; *Histoire des premières opinions concernant Jésus-Christ* ; *Vues sur les principes et la conduite des dissidents testants, relativement à la constitution ecclésiastique et civile de l'Angleterre* (1769) ; *Adresse d'un dissident protestant sur le sujet de la discipline de l'Église* (1776) ; *Lettre à M. Hoëfer concernant la tolérance et l'établissement de l'Église* (1776) ; *Conduite à observer par les dissidents pour obtenir le rap-*

acte de corporation et de celui de test (1789); *Sur les premiers principes du gouvernement et la nature de la liberté politique, civile et religieuse* (1768); *Observations sur l'importance de la révolution américaine et sur les moyens de la rendre profitable au monde* (1785); *Sermons sur le commerce des esclaves* (1788); *Lettres familières adressées aux habitants de Birmingham pour réfuter diverses accusations avancées contre les dissidents* (1790); *Lettres à Edmond Burke, occasionnées par ses réflexions sur la révolution de France* (1791); *Lettre aux habitants de Birmingham*; *Défense du dîner de la Révolution* (1791); *Appel au public touchant les émeutes de Birmingham* (1791-1793); *l'Histoire et l'état présent de l'électricité* (Londres, 1765-1775), traduit en français par Brisson (Paris, 1771); *Histoire de l'état présent des découvertes relatives à la vision* (Londres, 1772); *Observations sur différentes espèces d'air* (Londres, 1772). Ces observations furent d'abord publiées, sous forme de mémoire, dans les *Transactions philosophiques* (t. LXII), elles furent imprimées à part (Londres, 1772). L'année suivante, cet ouvrage fut traduit en français par Rozier, sous le titre : *Observations sur la Physique, etc.*, (1773). Ce mémoire fut réédité, en 1774, et, dans les années suivantes, par suite d'une correspondance active avec les principaux physiciens et chimistes d'Europe, il s'éleva aux proportions d'une œuvre considérable : *Expériences et observations sur les différentes espèces d'air* (*Experiments and observations on different kinds of air*, Londres, 1774-1775-1777). Cet ouvrage fut immédiatement suivi d'une traduction française, faite en quelque sorte sous la surveillance de l'auteur, par Gibelin, docteur en médecine (Paris, 1777-1780). Dans les années suivantes, l'auteur publia une suite

à ses *Experiments and observations relating to various kinds of natural philosophy, with a continuation of the observations on air* (Londres, 1779; Birmingham, 1785-1786). Cette continuation fut aussi traduite en français par Gibelin (Paris, 1782); une traduction allemande en fut donnée à Vienne et à Leipzig (1784). Enfin Priestley publia en 1790 un résumé de tous ses ouvrages sur ce sujet, sous le titre : *Experiments and observations on different kinds of air, and other branches of natural philosophy connected with the subject, in III volumes, being the former volumes abridged and methodized with many additions* (Birmingham, 3 vol. in-8°). Les autres écrits scientifiques de Priestley ont été publiés dans les *Transactions philosophiques*. Ce sont : *Sur le phlogistique et la conversion apparente de l'eau en air* (1783); *Sur le principe de l'acidité, la composition de l'eau et le phlogistique* (1788); *Sur la phlogistication de l'oxyde de nitre* (1789); *Sur le phlogistique* (1789); *Sur la génération de l'air par l'eau et la décomposition de l'air déphlogistiqué et de l'air inflammable* (1793); *Expériences sur l'analyse de l'air atmosphérique* (1796); *Considérations sur la doctrine du phlogistique et la décomposition de l'eau* (1797); la *Doctrine du phlogistique établie et celle de la composition réfutée* (1797); *Réponse aux observations de Cruikshank pour la défense du nouveau système de Chimie*. Priestley a écrit encore une multitude d'articles dans divers journaux ou recueils, notamment dans le *Journal de Nicholson* et dans les *Mémoires de la Société américaine*.



WARING (ÉDOUARD)

(Né en 1734, mort en 1798)

fût jugé digne, à vingt-six ans, d'occuper la chaire de Mathématiques au collège de Lucas, qu'avait illustrée Newton. Il a, dans l'analyse des courbes algébriques, aux découvertes Bernoulli, de Clairaut et d'Euler. Il a laissé sur ce sujet : *Recherches analytiques sur les équations algébriques et les propriétés des courbes* (Cambridge, 1762) ; *Propriétés des courbes algébriques* (1772) ; *Méditations analytiques* (1776).

Mais il avait imaginé pour la résolution générale des équations algébriques une formule malheureuse. Il égalait l'inconnue d'une équation de degré m à la somme de $m - 1$ radicaux portant sur les $m - 1$ premières puissances d'une indéterminée, et affectés de coefficients inconnus, dont la détermination eût dépendu elle-même de la résolution d'autres équations formant un système généralement impénétrable.



DU BUAT (PIERRE-LOUIS-GEORGES, comte)

(Né à Bottenval (Calvados) en 1734, mort à Vieux-Condé en 1809.)

fut reçu ingénieur militaire à l'âge de seize ans et employé successivement aux travaux du canal de jonction de la Lys à la mer au port du Havre, sur les côtes de Bretagne et de Normandie, au siège de Mappin (1761), à Valenciennes, où il dirigea les travaux exécutés à la porte de Tournay (1763-1773). Il adressa, de Valenciennes, au Ministre de la guerre un mémoire

intitulé : *Sur le relief et le défilement des ouvrages de construction, où l'on indique une nouvelle méthode pour le tracé de l'enceinte des glacis, relativement aux terrains irréguliers qui peuvent se rencontrer.* Cette méthode était celle des plans cotés.

Après une courte résidence au Quesnoy, il fut envoyé où il fut chargé de la construction du canal du Jard et vint au grade de colonel, puis de lieutenant du roi.

C'est de 1776 que datent ses premières recherches sur l'Hydraulique. Son premier mémoire, adressé au Ministre de la Guerre, en 1779, portait pour titre : *Principes d'Hydraulique, dans lequel on traite du mouvement de l'eau dans les canaux et les tuyaux de conduite; de l'origine de l'eau et de l'établissement de leur lit; de l'effet des écluses, des réservoirs; du choc de l'eau, et de la navigation sur les rivières que sur les canaux étroits.* Du Buat y expose le principe qui lui sert de point de départ : *Quand l'eau s'écoule uniformément dans un lit quelconque, la force qui l'entraîne est égale à la somme des résistances qu'elle essuie, soit par sa propre viscosité, soit par le frottement du lit.* Ce principe fécond de l'Hydraulique moderne.

Un fonds annuel lui fut alloué par le gouvernement pour ses nouvelles expériences, qui furent exécutées à Condé.

Du Buat crut devoir émigrer pendant la Révolution et ses biens furent confisqués ; mais il lui en fut rendu une faible partie à son retour, en 1802.

Les découvertes de du Buat forment encore aujourd'hui la principale part de ce que l'on sait en Hydraulique.



DIONIS DU SÉJOUR (ACHILLE-PIERRE).

(Né à Paris en 1734, mort à Auguville, près de Fontainebleau, en 1794.)

Il fut conseiller au Parlement, d'abord à la quatrième Chambre des enquêtes, en 1758, ensuite à la Grand'Chambre, en 1779. Il gagnait ses confrères par la rapidité avec laquelle il expédiait les affaires, et cependant il trouvait encore le temps de se livrer à ses études pour les Mathématiques et l'Astronomie. Il avait publié en 1751, conjointement avec Godin, des *Recherches sur la gnomonique et les éclipses de Soleil*, qui contribuèrent à lui ouvrir les portes de l'Académie des Sciences, en 1765. Son *Essai sur les comètes en général et particulièrement sur celles qui peuvent approcher de l'orbite de la Terre* (1775) était destiné à dissiper les terreurs puériles qui s'étaient emparées du public à l'occasion d'un mémoire de Lalande.

Nommé député de la noblesse à l'Assemblée constituante, du Séjour ne tarda pas à éprouver d'abord une grande déception, ensuite des terreurs qui le poursuivirent jusque dans sa retraite à la campagne, où il se tenait soigneusement caché, et qui minèrent ses jours.

« Du Séjour, dit Delambre, était, à tous égards, un homme très estimable ; il aimait le travail, son état et la société : il était

Chaque année le recueil de l'Académie contenait des mémoires étendus, se faisant suite les uns aux autres, mis en ordre et en forma un ouvrage en deux parties parut sous le titre de : *Traité analytique des mouvements des corps célestes* 1787-1789.

Cet ouvrage a théoriquement une importance car ce que l'auteur y essaye, pour la première fois, la seule formule des lois des mouvements apparents des astres. Il pose la question dans ces termes : « Étant donné deux corps qui se meuvent dans l'espace suivant des lois déterminées, déterminer les apparences qui résultent des mouvements de ces deux corps, par rapport à un observateur placé dans l'espace suivant une loi donnée, a de plus le mouvement de rotation autour d'un axe donné de plus le problème renferme, comme on le voit, toute la mécanique céleste que les astronomes l'avaient jusqu'alors décomposé en plusieurs problèmes qu'ils avaient eu de questions particulières.

Lagrange, que les qualités propres de son génie et son caractère, naturellement disposé à apprécier avant tout les efforts de son Séjour, faisait effectivement beaucoup de travaux, qui, dit-il, « par leur étendue et le grand

te la simplicité et la brièveté qu'on est en droit d'attendre de l'analyse. »

Delambre, tout en accordant de grands éloges à du Séjour, est obligé de convenir que ses travaux aient été d'une véritable utilité pour les praticiens. Il tempère toutefois ses critiques par cette conclusion : « Tout l'ouvrage est composé et rédigé dans un système que je n'ai jamais pu ou voulu adopter; je pourrais donc être suspect de trop de sévérité dans la manière dont je l'ai jugé. Je prie le lecteur de ne pas s'en rapporter entièrement à ce que j'en ai dit. Le traité de du Séjour est important par une masse considérable de formules appliquées aux problèmes les plus intéressants de l'Astronomie. Ses formules sont généralement fort exactes; elles n'ont contre elles que la longueur des calculs qu'elles exigent, et quelques-unes donnent la solution de questions à peu près inaccessibles aux méthodes ordinaires. »

Le problème de du Séjour est l'inverse de celui qu'avaient eu à résoudre les premiers astronomes : étant donnés les mouvements apparents des corps célestes, déterminer les lois de leurs mouvements réels. Mais la solution qu'il en donne convient également l'un et à l'autre; car on peut, dans les équations générales, garder à volonté comme données, soit les apparences, soit les réalités.

On doit à du Séjour d'avoir fait ressortir les grands avantages que l'on peut tirer des équations de condition indiquées par Euler et employées par Mayer. Il a de plus soumis au calcul les quantités de l'irradiation et de l'inflexion dont il convient de corriger les diamètres apparents du soleil et de la lune. Il croyait à une atmosphère lunaire. Il lui paraît établi, par l'éclipse de soleil de 1764, qu'il faut admettre une irradiation de $3''$ et une inflexion

d'un micromètre; on observera si, à l'instant de l'oc-
l'étoile, sa distance à l'autre est altérée. L'altération
quantité de l'inflexion des rayons qui rasent le limbe
Du Séjour attribue sans hésitation cette inflexion à
produite par l'atmosphère lunaire. Il soupçonne, au
réfraction n'est pas la même pour toutes les étoiles : « (dit-il, assurer que Sirius, dont la lumière est très blan-
précisément la même réfraction qu'Aldébaran ou A
la lumière tire sur le rouge? Admettons un mon
lumière de la Lune soit plus réfrangible que celle de
va s'expliquer naturellement. » Delambre, qui ne se
pour ni contre l'atmosphère lunaire, dit, à l'occasion
que de du Séjour : « Un jour que j'observais avec M
avons tous deux, sans nous rien communiquer, écrit
vation : tous deux nous avons vu une petite étoile
environ sur le disque de la lune, malgré un assez for
Méchain me dit alors : « Du Séjour sera bien conten
y a de singulier, c'est que ce phénomène ne s'obser
stamment, ce qui s'explique, dans le système de du S
que l'effet de la réfrangibilité peut être positif, nul c
L'ouvrage se termine par une analyse neuve et exa-

BERGMANN.

(Né en Suède en 1735, mort en 1784.)

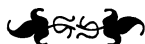
Il professa successivement, à l'Université d'Upsal, les Mathématiques, puis la Chimie et la Minéralogie.

C'est surtout comme chimiste qu'il s'est distingué. Il s'occupa d'abord longtemps de l'*air fixe* (acide carbonique) découvert par Black; il reconnut que ce gaz est contenu dans l'air atmosphérique, et l'appela, par cette raison, *acide aérien*; il fit voir que c'est l'absorption de cet acide aérien par la chaux qui ramène ce corps à l'état de calcaire, etc. Il détermina aussi les poids proportionnels d'acide aérien et des différentes bases qui forment les sels correspondants.

« L'air commun, dit-il, est un mélange de trois fluides élastiques, savoir de l'acide aérien libre, mais en si petite quantité qu'il n'altère pas sensiblement la teinture de tournesol; d'un air qui ne peut servir ni à la combustion, ni à la respiration des animaux, et que nous appelons *air vicié*, jusqu'à ce que nous connaissions plus parfaitement sa nature; enfin d'un *air* absolument nécessaire au feu et à la vie animale, qui fait à peu près le quart de l'air commun, et que je regarde comme de l'*air pur*. »

Bergmann a publié des recherches très remarquables sur l'analyse des eaux. Il enseigne à déterminer les quantités des différents sels qu'elles peuvent contenir, par les poids des précipités, et fait connaître pour cela différents réactifs nouveaux, notamment le sel de sucre (acide oxalique).

Il partage avec Scheele le mérite de la découverte de l'acide *urique*.



Douzième Période.

RAMSDEN (JESSÉ).

(Né près d'Halifax en 1735, mort à Brighton en 1800.)

« Le plus grand de tous les artistes », dit Delambre. Il fut d'abord graveur, mais s'occupa ensuite exclusivement de la construction des instruments d'Optique et de Mathématiques.

Le théodolite est entièrement de son invention; sa machine à diviser lui valut une gratification du Bureau des Longitudes; ses quarts de cercles ont été recherchés par tous les astronomes de la fin du dernier siècle. Il fut membre de la Société Royale de Londres, en 1786.

Le temps que ne réclamaient pas de lui les travaux de sa profession était consacré à la lecture d'ouvrages de Sciences et de Littérature. La fortune qu'il possédait au moment de sa mort n'était pas fort considérable, et, par son testament, il en laissa une bonne part à ses ouvriers.



VANDERMONDE (ABNIT-THÉOPHILE).

(Né à Paris en 1735, mort en 1796.)

Il est surtout connu pour avoir résolu algébriquement l'équation binôme du onzième degré, qui semblait une barrière infranchissable.

Il était, dans son enfance, d'une très faible constitution, et son père, qui était médecin, lui avait fait apprendre la Musique pour le détourner d'autres travaux. Il resta fidèle à cette étude jusqu'à son jeune âge.

près avoir analysé les œuvres des meilleurs musiciens de son temps, il en arriva à cette conclusion, que l'art tout entier repose sur une loi générale, par laquelle, en s'aidant de procédés mathématiques, le premier venu peut devenir un compositeur. Il exposa les principes de sa méthode à l'Académie, en 1778 et en 1785, dans deux mémoires qui reçurent l'approbation de Glück, Philidor et de Piccini. Mais, en général, les mathématiciens méprisent trop de Musique, et les musiciens trop de Mathématiques dans ces mémoires.

Lorsque la Révolution éclata, Vandermonde l'accueillit avec plaisir et fut l'un des savants auxquels le Comité de Salut Public confia le soin de préparer les succès de nos armées, par le perfectionnement des armes et des munitions. Vandermonde concourut à l'organisation de nos établissements scientifiques par la fondation du Conservatoire des Arts et Métiers et la création du cours d'Économie politique à l'école Normale. Son éloge a été prononcé par Lacépède. Ses œuvres ne consistent guère qu'en quelques mémoires insérés dans le *Recueil de l'Académie des Sciences* et dans les *Annales de Chimie*.



BAILLY (JEAN-SYLVAIN).

(Né en 1736, mort en 1793.)

son père, qui était peintre et fils de peintre, l'avait destiné aux arts ; il préféra les Sciences.

Admis à l'Académie des Sciences, à 27 ans, en récompense de ses recherches astronomiques qui l'avaient mis en évidence, il se consacra à la composition d'une grande histoire de l'Astronomie,

divisée en trois parties : histoire de l'Astronomie ancienne, histoire de l'Astronomie moderne et histoire de l'Astronomie indienne et orientale.

On a aussi de lui divers opuscules, parmi lesquels il convient de distinguer l'éloge de Leibnitz et celui de Lacaille.

L'Académie Française l'admit dans son sein, en 1784, l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres, en 1785.

La Révolution vint l'arracher à ses travaux.

Député du Tiers-État aux États-Généraux, il eut l'honneur de présider cette Assemblée, dans la fameuse séance du Jeu de Paume.

Nommé maire de Paris après la prise de la Bastille, il eut le pénible devoir de faire exécuter la loi contre une multitude rassemblée au Champ de Mars pour demander la déchéance du roi après le retour de Varennes.

Il quitta les fonctions de maire de Paris en 1791 et se retira à Melun, où il fut arrêté en 1793, pour être jugé et condamné par le tribunal révolutionnaire.

Son *Histoire de l'Astronomie* est entachée au plus haut degré de tous les vices qui peuvent découler d'un système préconçu que rien ne justifie. Bailly a voulu faire des Hindous un peuple éminemment scientifique, et il a rassemblé à l'appui de sa thèse des preuves que ses protégés n'eussent pas soupçonnées.



COULOMB (CHARLES-AUGUSTIN DE).

(Né à Angoulême en 1736, mort en 1806.)

Après avoir terminé ses études à Paris, il entra dans le génie

Militaire et fut envoyé à la Martinique, où il bâtit le fort Bourbon. À son retour en France, il fit à Rochefort une série d'expériences sur le frottement, la raideur des cordes, etc., et obtint plusieurs prix de l'Académie des Sciences, qui l'admit au nombre de ses membres, à l'unanimité, en 1782. Il fit partie de l'Institut lors de sa création, et fut nommé plus tard inspecteur général de l'Université.

Coulomb a démontré que les attractions et les répulsions magnétiques varient en raison inverse du carré de la distance, ainsi que les attractions et les répulsions électriques, et que, pour une même distance, celles-ci sont proportionnelles aux produits des deux quantités d'électricité. L'appareil dont il se est servi pour cela est la balance de torsion. Le principe sur lequel est fondé cet instrument consiste en ce que le couple, dont le moment peut servir de mesure à la réaction du fil, est proportionnel à l'angle représentatif de la torsion qu'on lui a fait subir.

Voici comment Coulomb a constaté l'exactitude de ce principe : en le supposant vrai, le couple moteur, qui agira sur un disque horizontal homogène supporté en son centre par le fil et obligé de tourner avec lui, sera $K\theta$, θ désignant l'angle de torsion et K une constante; l'accélération angulaire du mouvement sera donc

$$-\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{K\theta}{I},$$

désignant le moment d'inertie du disque par rapport à son axe, ou

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -C\theta;$$

or, cette équation donne d'abord

$$2 \frac{d\theta}{dt} \frac{d^2\theta}{dt^2} = -2C\theta \frac{d\theta}{dt},$$

et, en intégrant,

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = -C\theta^2 + C'.$$

Si α est l'angle dont on avait fait tourner le disque avant de l'abandonner sans vitesse à la réaction du fil, $\frac{d\theta}{dt}$ doit être nul pour $\theta = \alpha$, par conséquent la valeur de la constante C' doit être $C\alpha^2$; ainsi l'équation précédente se réduit à

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = C(\alpha^2 - \theta^2),$$

d'où

$$dt = \frac{1}{\sqrt{C}} \frac{d\theta}{\sqrt{\alpha^2 - \theta^2}}$$

et, par suite,

$$t = \frac{1}{\sqrt{C}} \arccos \frac{\theta}{\alpha},$$

le temps étant compté à partir de la position initiale. Cette équation, qu'on peut aussi écrire

$$\frac{\theta}{\alpha} = \cos(t\sqrt{C}),$$

montre que le mouvement serait périodique, c'est-à-dire que les oscillations seraient isochrones; or, l'expérience prouve précisément que c'est ce qui a lieu; on doit donc admettre complètement le principe. La durée d'une double oscillation étant, d'après la formule précédente, donnée par la relation

$$t\sqrt{C} =$$

ne expérience propre à déterminer cette durée τ permettait de trouver la valeur de C, ou de

$$\frac{4\pi^2}{\tau^2},$$

t, par suite, celle de K, ou de I.C, ou de

$$\frac{4\pi^2}{\tau^2} I,$$

Pour chaque fil; il suffisait pour cela de déterminer le moment d'inertie I du disque, moment représenté, comme on sait, par

$$\frac{2}{5} a^2 \frac{P}{g},$$

représentant le rayon et P le poids du disque. Connaissant la mesure K du couple représentant la réaction du fil, pour un angle de torsion égal à 1, on pouvait dès lors se servir de la balance pour obtenir la mesure attractive ou répulsive exercée à l'extrémité du petit levier de cette balance, d'après l'angle dont il était lévié.

Quant au théorème lui-même, que Coulomb croyait avoir établi, il n'entre pas dans notre pensée de prétendre qu'il ait pu estimer d'une façon satisfaisante des quantités de magnétisme ou d'électricité.

Coulomb est aussi très connu pour ses belles expériences sur le frottement.

Les géomètres, jusqu'à la fin du siècle dernier, pour faciliter leurs études, s'étaient provisoirement débarrassés de toutes les résistances passives qui viennent entraver les mouvements des solides naturels, et dont l'intervention complique singulièrement les lois de tous les phénomènes dynamiques. Celle de ces rési-

stances qui entre pour la plus grande part dans la réduction des effets produits par les moteurs est la résistance due au frottement. Coulomb a constaté que la résistance due au frottement de deux solides en contact est proportionnelle à la pression de l'un de ces solides sur l'autre, et indépendante à la fois de l'étendue des surfaces frottantes et de la vitesse relative des deux corps l'un par rapport à l'autre. Le frottement au départ est sensiblement plus grand que pendant le mouvement, il est probable que la dernière partie de l'énoncé n'est suffisamment exacte qu'autant que la vitesse a déjà acquis une certaine grandeur.

Les travaux de Coulomb sont consignés dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences*, à partir de l'année 1784. On a de lui, en outre, une *Recherche sur les moyens d'exécuter sous l'eau toutes sortes de travaux hydrauliques, sans employer l'épuisement* (1779).



TREIZIÈME PÉRIODE.



*De LAGRANGE, né en 1736,
à LAPLACE, né en 1749.*

Noms des savants de cette Période.

	Né en	Mort
LAGRANGE.....	1736	1813
WATT.....	1736 ^m	1819
GALVANI.....	1737	1798
BAYLEY.....	1737	1810
PARMENTIER.....	1737	1813
GUYTON DE MORVEAU.....	1737	1816
HERSCHEL.....	1738	1823
LA FOLLIE.....	1739	1780
LEXELL.....	1740	1784
WENZEL.....	1740	1793
DE SAUSSURE.....	1740	1799
BRONGNIART.....	1740	1804
SIGAUD LAFOND.....	1740	1810
MONTGOLFIER (FRÈRES).....	{ 1740	1810
	{ 1745	1799
DE CHAULNES.....	1741	1793
BECKMANN.....	1741	1802
PALLAS.....	1741	1811
ROCHON.....	1741	1817
SCHEELE.....	1742	1786
STOLL.....	1742	1788
LAVOISIER.....	1743	1794
FABRICIUS.....	1743	1807
HAUY.....	1743	1823
MÉCHAIN.....	1744	1804
BERNOULLI (JEAN, NEVEU DE DANIEL).....	1744	1807
DE LAMARCK.....	1744	1829
LENOIR.....	1744	1832
CRUIKSHANK.....	1745	1800
ATWOOD.....	1745	1807
PINEL.....	1745	1826

	Né en	Mort en
A.....	1745	1827
BOULLI (JÉRÔME).....	1745	1829
QUE.....	1746	1814
DE.....	1746	1818
URI.....	1746	1822
LES.....	1746	1823
TI.....	1746	1826
UET.....	1747	1823
.....	1747	1826
D'AZYR.....	1748	1794
ALI.....	1748	1815
HOLLET.....	1748	1822
ENT DE JUSSIEU.....	1748	1836
INI (JACQUES-DOMINIQUE).....	1748	1845
MBRE.....	1749	1822
ER.....	1749	1823



TREIZIÈME PÉRIODE.

LES grands noms, dans cette période, sont ceux de Lagrange et de Monge, de Lavoisier et de Berthollet, de Watt et de Volta; mais les découvertes des derniers se passent en commentaires, et nous nous bornerons à essayer de caractériser les travaux de Lagrange et de Monge, dans les points principaux auxquels ils touchent à la méthode.

TRAVAUX DE LAGRANGE.

Calcul des fonctions dérivées.

Nous dirons peu de mots de la tentative de Lagrange pour changer les bases de l'analyse infinitésimale.

La méthode des dérivées, malgré l'avantage qu'elle présente comparativement à la conception de Leibniz, de ne pas exiger des élèves une intelligence aussi prompte et aussi sûre, et une finesse de perception aussi considérable, cette méthode n'est restée dans l'enseignement, et nous croyons que c'est à juste titre : d'abord parce que celle de Leibniz, par son principe même, facilite bien davantage la mise en équation de tous les problèmes ; en second lieu, parce que les différentielles de tous les ordres des variables considérées dans les questions que l'on traite, sont

nati
éno
de
éno
rap
qu'
im
ent
tan
diff
mér
lun
7
d'ic
do
et
des
à
l'av
obt
les
vée
dar
dar
pri
ét

Naturellement les grandeurs mêmes auxquelles se rapportent les énoncés de ces questions, celles auxquelles il n'est pas possible de ne pas songer en cherchant à traduire algébriquement ces énoncés, tandis que rien d'abord n'attire l'attention sur les rapports limites de ces différentielles; enfin, et surtout, parce qu'une équation différentielle d'un ordre quelconque présente immédiatement à l'esprit une idée nette, celle d'une relation entre divers états définis du phénomène auquel elle se rapporte, tandis qu'une équation dérivée, d'ordre supérieur, ne serait que difficilement traduisible en langage ordinaire, et que la traduction, même aussi claire que le comporterait le sujet, serait encore peu instructive.

Toutefois, en donnant pour base à sa méthode la possibilité d'identifier une fonction quelconque à une même fonction type, tant les coefficients seuls pourraient varier d'un cas à un autre seraient d'ailleurs formés suivant une loi simple, au moyen des dérivées successives de la fonction considérée, correspondant à une valeur choisie pour la variable, Lagrange, comme nous avons déjà fait remarquer à propos de la théorie des fluxions, tenait, dès le début, un moyen simple de mettre en évidence les services que serait appelée à rendre la considération des dérivées, la manière dont ces dérivées s'introduiraient naturellement dans les recherches, et le nombre qu'il en faudrait considérer dans chaque cas. Il retrouvait ainsi, sous une autre forme, un principe équivalent à celui de Leibniz.

En effet, si une fonction quelconque y d'une variable x peut être identifiée à la fonction

$$y_0 + \left(\frac{dy}{dx}\right)_0 \frac{x - x_0}{1} + \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_0 \frac{(x - x_0)^2}{1.2} + \dots,$$

L'algèbre a cherché à élargir d'une manière
 indéfinie le domaine de son application, et à
 rendre possible la solution de problèmes qui
 paraissaient insolubles. Elle a cherché à
 généraliser les notions de l'arithmétique, et à
 les étendre à des objets plus abstraits. Elle
 a cherché à établir des relations entre les
 quantités algébriques, et à les représenter
 par des symboles. Elle a cherché à
 résoudre des équations, et à trouver des
 méthodes pour les résoudre. Elle a cherché
 à développer des séries, et à les représenter
 par des formules. Elle a cherché à
 résoudre des problèmes de géométrie, et à
 les représenter par des formules. Elle a
 cherché à résoudre des problèmes de
 mécanique, et à les représenter par des
 formules. Elle a cherché à résoudre des
 problèmes de physique, et à les représenter
 par des formules. Elle a cherché à
 résoudre des problèmes de chimie, et à
 les représenter par des formules. Elle a
 cherché à résoudre des problèmes de
 biologie, et à les représenter par des
 formules. Elle a cherché à résoudre des
 problèmes de médecine, et à les représenter
 par des formules. Elle a cherché à
 résoudre des problèmes de philosophie, et à
 les représenter par des formules. Elle a
 cherché à résoudre des problèmes de
 morale, et à les représenter par des
 formules. Elle a cherché à résoudre des
 problèmes de politique, et à les représenter
 par des formules. Elle a cherché à
 résoudre des problèmes de religion, et à
 les représenter par des formules. Elle a
 cherché à résoudre des problèmes de
 science, et à les représenter par des
 formules. Elle a cherché à résoudre des
 problèmes de littérature, et à les représenter
 par des formules. Elle a cherché à
 résoudre des problèmes de droit, et à les
 représenter par des formules. Elle a cherché
 à résoudre des problèmes de justice, et à
 les représenter par des formules. Elle a
 cherché à résoudre des problèmes de
 paix, et à les représenter par des formules.

L'algèbre a naturellement cherché à élargir d'une manière
 indéfinie le domaine de son application de Taylor

$$y = y_0 + \left(\frac{dy}{dx}\right)_0 \frac{x - x_0}{1} + \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_0 \frac{(x - x_0)^2}{1 \cdot 2} + \dots$$

puisqu'elle devait former la base de la *Théorie des fonctions*
algébriques. La démonstration qu'il en a donnée a été rejetée, et
 pour de mauvaises raisons, les bonnes manquant encore à l'époque; elle avait au moins le grand avantage d'être *algébrique*,
 c'est-à-dire de convenir aussi bien aux valeurs réelles et imagi-

naire
 subst
 qu'u
 term
 qui
 abs
 à d
 con
 aur
 ini
 par
 dé
 dé
 ri
 d
 (l
 l
 t
 l
 s
 (

de la variable. Les démonstrations *arithmétiques* qu'on y a faites depuis se réduisent pour ainsi dire à cette naïveté que quantité quelconque est égale à n'importe quoi plus un complément destiné à compenser l'erreur commise, ce qui est inutile à dire au point de vue arithmétique, et devient absurde au point de vue algébrique. Il est vrai qu'on est parvenu à donner une et même deux formes quasi-algébriques à ce terme complémentaire, ou *Reste*, mais dans l'hypothèse où la variable a d'abord exclusivement passé par des valeurs réelles, de sa valeur initiale x_0 à sa valeur finale x ; de sorte qu'en définitive, d'une part, l'égalité arithmétique des valeurs de la fonction et de son développement est aussi mal démontrée que possible, le Reste pendant d'un θ inconnu; et, d'un autre côté, qu'il ne reste plus à démontrer l'identité algébrique, parce que le θ en question, qui est entièrement indéterminé, entre les limites 0 et 1, lorsque $x - x_0$ est réel, ne comporte même plus aucune limitation que cette quantité est imaginaire, et manque alors complètement de sens.

Quoique l'objection qu'on aurait raisonnablement pu faire à la démonstration de Lagrange saute d'elle-même aux yeux, je ne puis pas qu'elle ait jamais été présentée. Voici en quoi elle consiste : l'auteur trouve très bien le moyen de déterminer les coefficients des termes de la série; mais il lui faut auparavant établir que le facteur $(x - x_0)$ ne peut entrer dans ces termes qu'à des puissances entières; or, voici pour cela, le raisonnement qu'il pose : Si, dit-il, $x - x_0$ entrerait dans un terme à une puissance fractionnaire, ce terme aurait plusieurs valeurs, la série en aurait aussi plusieurs, et la fonction n'en a qu'une; il y aurait donc contradiction.

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

1000

• définie par une équation algébrique, ce qui est le cas le plus simple, a toujours un nombre de valeurs égal au degré, par rapport à y , de l'équation qui définit cette fonction; l'identité n'est donc pas complète; si elle a lieu ce ne peut être que conditionnellement, c'est-à-dire pour une des formes de la fonction y . Mais comment la démonstration de l'identité pourrait-elle se faire à l'aide de syllogismes généraux, sans entrer, dans chaque cas, dans la discussion de la fonction considérée? Y a-t-il un moyen de distinguer les unes des autres les différentes formes de la fonction multiple, surtout lorsqu'on se propose de donner une valeur imaginaire si peu différente que l'on voudra de la valeur initiale x_0 ?

Mais supposons qu'on ait voulu passer outre à cette difficulté, se contentant de phrases creuses, au fond desquelles on aurait pu apercevoir quelque chose : la série, en tout cas, ne pourra représenter la fonction proposée, sous l'une de ses formes, qu'autant qu'elle sera convergente : comment la démonstration d'identité pourrait-elle être juste, si elle ne fait pas acception de la condition de convergence, c'est-à-dire de la limite jusqu'à laquelle la démonstration s'applique? Or d'une part cette limite sera généralement aussi inconnue qu'introuvable et, d'un autre côté, la série est assez simple pour la fournir d'elle-même, il pourra donc bien n'en résulter aucun enseignement, le fait manquant nécessairement d'explication ⁽¹⁾.

(1) Nous citerons à ce propos la singularité suivante : la série qui donne $\frac{1}{1-x}$ dont la tangente est x devient divergente, dès que x dépasse la valeur 1, de sorte que l'arc qui a pour tangente $\sqrt{-1}$ est infini; cependant l'arc reste continu lorsque la tangente varie par valeurs réelles entre $-\infty$ et ∞ . Il en résulte que les démonstrations arithmétiques s'appliquent dans

Enfin un dernier point à noter est que comme il serait la part du temps impossible de déterminer directement la convergence de la série par l'examen des termes qui la composent, on a au contraire recours pour cela à la discussion de la fonction au moyen de laquelle est définie la fonction y que l'on développe; mais dans cette recherche nouvelle on suppose naturellement l'identité même qui était en question, car le raisonnement alors affecte la forme suivante : il arrive tel accident à la fonction y , lorsqu'on donne à x telle valeur; donc la série qui la représente doit devenir divergente à ce moment.

Mais il est temps de montrer que si la démonstration de l'identité de Taylor est impossible, elle est heureusement superflue.

Je suppose qu'ayant deux équations algébriques, de degrés différents, vous trouviez que pour $x = x_0$, elles fournissent pour y une même valeur y_0 ; puis, que les valeurs qu'elles attribuent à $\left(\frac{dy}{dx}\right)_0$ sont aussi égales; qu'il en est encore de même pour celles de $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_0$; enfin je suppose que vous puissiez constater que la même concordance se reproduirait indéfiniment : je vous dirais que vous tireriez immédiatement du fait la conclusion que le premier membre de l'une des équations entre en facteur dans le premier membre de l'autre.

D'un autre côté, deux courbes se raccordent d'autant plus intimement et se confondent d'autant plus loin, à partir de la

tout l'intervalle et que l'on peut trouver pour le *Reste* une et même des formes, affectées de *Thétas*, dont ni l'une ni l'autre ne refuse encore le principe, alors que la série a déjà divergé depuis longtemps. Que reste-t-il de la formule de Taylor?

ent de départ commun, que le nombre de leurs dérivées égales plus considérable; et si ces dérivées restent indéfiniment les deux courbes ne se distinguent plus l'une de l'autre, mais un parcours plus ou moins long. Or la fonction définie par la série de Taylor, et la fonction définie par l'équation qui a fourni les coefficients de cette série, ont toutes les mêmes dérivées en nombre infini, les deux courbes dont elles sont les ordonnées se confondent donc, sauf, peut-être, que l'une est moins longue que l'autre. Au reste, que pourriez-vous faire de plus en faveur de la première pour la rapprocher davantage de la seconde? Vous ne pourriez pas même emprunter à celle-ci une dérivée de plus.

Vous dites avec raison qu'une parabole est une ellipse dont les axes sont devenus infinis, vous le croyez, et vous vous refuseriez à admettre que deux courbes qui ont entre elles un contact d'ordre fini se confondent aussi loin qu'elles s'étendent l'une et l'autre! Cependant les deux faits sont du même ordre : la parabole n'est qu'une réalité que la moitié tangible de l'ellipse devenue infinie.

Mais revenons à la théorie de Lagrange : il ne se préoccupe pas des conditions de convergence de la série de Taylor; mais, pour ce qu'il voulait faire de cette série, il n'avait pas besoin de recourir à ces conditions : pourvu en effet qu'aucune des dérivées de la fonction ne se trouvât infinie, pour le système des valeurs initiales x_0 et y_0 de la variable et de la fonction, il était évident d'avance que la série serait d'abord convergente tant qu'on ne donnerait à x que des valeurs suffisamment voisines, arithmétiquement, de x_0 , si x_0 et x devaient être réelles, ou, dans le cas contraire, des valeurs telles que le module de $x - x_0$ fût suffisamment petit; il était donc certain d'avance que la série repré-

senterait un segment plus ou moins étendu de la fonction, à partir de sa valeur initiale y_0 ; et cela suffirait, soit pour permettre l'établissement de la théorie des contacts, relativement à la courbe dont l'ordonnée serait représentée par la fonction considérée, soit pour donner une base certaine à la discussion de la marche de cette fonction aux environs de la valeur initiale y_0 , soit, enfin, pour assurer l'emploi de la méthode d'intégration par série, dans les limites, quelles qu'elles fussent, où la fonction proposée serait développable par la formule de Taylor, limites qui seraient alors celles dans lesquelles la série intégrale resterait convergente; ou une série ordonnée suivant les puissances croissantes de la variable, est convergente ou divergente en même temps que toutes ses dérivées et intégrales, la limite du rapport des modules de deux termes consécutifs restant la même dans toutes ces séries.

Comme je ne retrouverai probablement pas l'occasion, dans cet ouvrage, de revenir sur la question, je crois utile d'essayer de compléter la théorie de la série de Taylor.

La première question qui se présente consiste à savoir comment on pourrait s'assurer que le développement fût possible dans une limite plus ou moins étendue, à partir d'un système choisi de valeurs x_0 et y_0 de la variable et de la fonction, c'est-à-dire comment on pourrait acquérir la certitude qu'aucune des dérivées de celle des fonctions y qui acquiert la valeur y_0 , pour $x = x_0$, ne put devenir infinie.

Cette question qui peut, au premier abord, paraître très difficile est en réalité fort simple.

Si la valeur considérée, y_0 , de la fonction y , qui correspond à $x = x_0$, est déjà infinie, la question se trouve par là tranchée.

forme correspondante de la fonction n'est pas développable, à partir de $x = x_0$.

Si y_0 est fini et que, pour $x = x_0$, l'équation

$$f(x, y) = 0,$$

qui définit les diverses formes de la fonction y , n'admette la racine $y = y_0$ qu'au premier degré de multiplicité, $\left(\frac{dy}{dx}\right)_0$ est nécessairement fini, parce que la dérivée d'une fonction ne peut devenir infinie qu'aux points de la courbe, ayant cette fonction pour ordonnée, où la tangente à cette courbe est parallèle à l'axe des y , c'est-à-dire où la fonction y acquiert des valeurs égales.

La valeur de $\left(\frac{dy}{dx}\right)_0$ étant finie, celle de $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_0$ se trouvera aussi finie, pour les mêmes raisons et ainsi de suite.

On pourrait, il est vrai, dans l'hypothèse précédente, supposer que deux valeurs de $\frac{dy}{dx}$ se trouvassent égales pour $x = x_0$, ce qui arriverait si en deux des points d'intersection de la courbe

$$f(x, y) = 0$$

par la droite

$$x = x_0,$$

les tangentes à cette courbe se trouvaient accidentellement parallèles. Mais cette difficulté s'évanouit d'elle-même parce que si y_0 et y_1 sont les deux valeurs de y , correspondant à $x = x_0$, auxquelles correspondent des valeurs égales de $\frac{dy}{dx}$, les dérivées suivantes finiront par se séparer, à moins que les deux branches

de la courbe, qui partiraient des points

$$(x_0, y_0) \text{ et } (x_0, y_1)$$

ne soient superposables, auquel cas, encore, les deux formes de la fonction, qui prennent les valeurs y_0 et y_1 , pour $x = x_0$, seraient séparément développables, à partir de $x = x_0$, sans présenter d'ailleurs, d'autre singularité particulière que de présenter tout une différence constante, $y_1 - y_0$.

Si y_0 se trouvait être racine double de l'équation

$$f(x_0, y) = 0,$$

mais que les deux valeurs de $\left(\frac{dy}{dx}\right)_0$ fussent distinctes, les deux formes de la fonction y , qui partiraient de la valeur initiale y_0 , seraient, pour les mêmes raisons que précédemment, séparément développables à partir de $x = x_0$, seulement les coefficients des deux séries seraient formés des deux séries de valeurs des dérivées de y , pour $x = x_0$ et $y = y_0$.

Plus généralement : si y_0 est racine d'ordre n de l'équation

$$f(x_0, y) = 0$$

et que p des valeurs de $\left(\frac{dy}{dx}\right)_0$ se trouvent à la fois finies, distinctes et différentes des $n - p$ autres, les p formes correspondantes de la fonction y seront développables.

Si parmi les $n - p$ formes restantes de la fonction y , q d'entre elles ont leur première dérivée infinie, ces q formes seront indéveloppables.

Si parmi les $n - p - q$ formes qui resteront, r d'entre elles ont leurs secondes dérivées finies, distinctes et différentes :

— $p - q - r$ autres, les r formes correspondantes de la fonction \mathcal{Y} seront développables.

Si, parmi les $n - p - q - r$ formes restantes de la fonction \mathcal{Y} , s d'entre elles ont leurs dérivées troisièmes infinies, ces s formes seront indéveloppables et ainsi de suite.

Or, il n'y a évidemment d'autre issue pour les formes d'une fonction, jusque-là confondues dans leurs valeurs et dans celles de leurs dérivées, que de présenter tôt ou tard, pour leurs dérivées d'ordres assez élevés, des valeurs soit distinctes, soit infinies. Car si deux formes de la fonction \mathcal{Y} fournissaient indéfiniment les mêmes valeurs pour leurs dérivées de tous les ordres, elles se confondraient, c'est-à-dire que la courbe

$$f(x, \mathcal{Y}) = 0,$$

dont l'ordonnée serait la fonction \mathcal{Y} , aurait deux branches superposées, ce qui ne saurait arriver dans les courbes algébriques, si du moins on les suppose irréductibles.

Une infinité de courbes transcendantes présentent, en nombre infini, des branches égales et superposables, dont les ordonnées forment une progression arithmétique ayant, en général, une raison imaginaire, mais ces branches mêmes ne se confondent pas et leurs ordonnées sont toutes développables, à partir des mêmes valeurs de l'abscisse.

Ainsi il sera toujours possible de savoir si une forme d'une fonction est, ou non, développable par la série de Taylor, à partir d'une valeur donnée x_0 de la variable.

Il reste à savoir entre quelles limites le développement pourra se faire, c'est-à-dire quelle sera la plus grande valeur que pourra

atteindre le module de $(x - x_0)$, sans que la série devienne divergente. La question serait par elle-même insoluble si elle ne commençait par écarter l'hypothèse, admise par Cauchy, que la série de Taylor pût devenir divergente pour tomber dans le cas illusoire, c'est-à-dire pour cesser, avec une apparence de motifs, de représenter la fonction, lorsque cette fonction parvient à acquérir, à partir d'une valeur x_1 , plus ou moins éloignée des valeurs distinctes, que la série ne pourrait pas également fournir, puisqu'elle n'en a jamais qu'une.

Cauchy admettait que si, pour $x = x_1$, y devait prendre quelques valeurs égales, la série deviendrait nécessairement divergente pour des valeurs de x telles que le module de $(x - x_1)$ dépassât celui de $(x_1 - x_0)$, sans quoi, pensait-il, cette série pourrait, au-delà de $x = x_1$ fournir indifféremment les valeurs distinctes des diverses formes de la fonction y , qui sont les parties de la même valeur pour $x = x_1$.

Cette idée partait d'une manière fautive d'entendre la continuité : Cauchy, en effet, attachait à la continuité d'une fonction y l'unique condition que cette fonction pût prendre toutes les valeurs intermédiaires entre deux quelconques de ses valeurs. Mais la continuité n'exige pas seulement une condition, il faut une infinité pour qu'elle soit réalisée. Il ne suffit pas que la fonction ne passe d'un état à un autre que par degrés insensibles, il faut qu'il en soit de même de toutes ses dérivées.

Il est au reste bien facile de se débarrasser de la difficulté soulevée par Cauchy : divergente ne signifie ni illusoire, ni capricante, mais infinie. C'est-à-dire que la série de Taylor, avant de devenir divergente, doit forcément prendre des valeurs de plus en plus grandes.

On a posé si la forme de la fonction y , développée à partir de x_0 , doit prendre une valeur infinie pour $x = x_1$, il est bien évident que le développement ne pourra pas s'étendre au-delà de $x = x_1$, c'est-à-dire ne pourra pas s'étendre à des valeurs de x pour lesquelles le module de $(x - x_0)$ dépasserait celui de $(x_1 - x_0)$, puisque la valeur de la série, qui représente la fonction développée, tant que cette série est convergente, devrait être indéfiniment lorsque x se rapprocherait de x_1 .

Ainsi d'abord les valeurs de x qui feront acquérir à quelques-unes de la fonction y des valeurs infinies pourront former des limites au-delà desquelles la série deviendrait divergente.

Mais ce ne seront pas les seules, et nous en avons déjà donné une raison, qui est qu'une série ordonnée suivant les puissances croissantes de la variable est convergente ou divergente en même temps que toutes ses dérivées.

Il en résulte, en effet, que si les dérivées de quelques-unes des termes de la fonction y qui prennent une même valeur y_1 pour une valeur x_1 de x , deviennent infinies à partir d'un certain ordre, la valeur x_1 de x pourra former une limite au delà de laquelle la série deviendrait divergente, puisque les dérivées de cette série pourraient prendre des valeurs indéfiniment croissantes peu avant que x atteignît la valeur x_1 .

La série elle-même, qui représente y , deviendrait dans ce cas divergente par raison collatérale; elle devrait conserver une valeur finie pour cette valeur x_1 de x , puisque la fonction serait elle-même finie, et si l'on y regardait de bien près on lui trouverait activement encore une valeur finie, mais cette valeur deviendrait infinie dès que x dépasserait x_1 . Il arriverait dans ce cas que les termes généraux de la série elle-même et de celle de ses

dérivées qui devrait devenir infinie tendraient également vers zéro, pour $x = x_1$, avec cette différence que la somme des dérivées dans la première, resterait finie, tandis qu'elle deviendrait infinie dans la seconde. Mais au-delà de $x = x_1$, les termes généraux tendraient plus vers zéro.

Ainsi la convergence pourra être limitée aux valeurs critiques pour lesquelles la fonction ou ses dérivées pourraient devenir infinies, à partir d'un certain ordre.

Mais il faudrait bien se garder de croire, comme Cauchy l'était imaginé, que le développement de l'une des formes de la fonction y , caractérisée par la valeur initiale y_0 , et par les valeurs correspondantes de toutes ses dérivées, à l'infini, doit nécessairement se trouver arrêté à celle des valeurs critiques de la fonction, à-dire pour lesquelles la fonction ou ses dérivées acquies des valeurs infinies, qui serait telle que le module de la différence entre x_0 et cette valeur critique fût moindre que celui des différences entre x_0 et les autres valeurs critiques.

Pour que le développement de la forme considérée de la fonction y se trouve limité à une valeur critique x_1 de x , il faut naturellement que cette forme de la fonction puisse, sans que le module de $(x - x_0)$ ait dépassé celui de $(x_1 - x_0)$, ne se confondre avec l'une des formes qui prennent des valeurs infinies pour $x = x_1$, ou dont les dérivées deviennent infinies pour la même valeur.

Nous nous arrêtons là, parce que la discussion de ce point exigerait la représentation des valeurs imaginaires de la variable et de la fonction.



Calcul des variations.

cette méthode dont l'invention constitue l'un des plus beaux
de gloire de Lagrange a pour objet de soumettre à des
simples et uniformes la solution des deux problèmes qui
ont fait tant d'honneur aux Bernoulli : le problème des iso-
mètres et celui de l'équilibre des systèmes déformables.

Pour mettre immédiatement cette conception dans tout son
sens, il suffira de dire que le Calcul des variations va jusqu'à
terminer non plus des *grandeurs* ou des *fonctions*, mais des
variétés.

Lagrange se propose de déterminer les fonctions arbitraires
qui entrent dans la composition d'une formule type, de manière
que cette formule satisfasse à de certaines conditions.

La formule que nous appelons formule type est la formule générale
de la classe de grandeurs, comme par exemple la formule des
longueurs, celle des surfaces, celles des volumes, des poids des
corps, etc., formules toutes infinitésimales.

Un exemple suffira pour éclaircir notre pensée : supposons
une surface courbe donnée et deux points marqués sur cette sur-
face : on pourra, entre les deux points, tracer sur la surface une
suite infinie de courbes; la courbe tracée aura plus ou moins
longueur, on pourrait donc se proposer de trouver la plus courte
qui pût joindre les deux points sur la surface donnée. Ce
serait là un problème de minimum déjà fort compliqué.

Mais imaginons maintenant que la surface proposée change
si que les deux points, on trouvera une nouvelle courbe mi-
nimum. Cependant toutes les courbes les plus courtes que l'on

puisse tracer sur toutes les surfaces imaginables ont une chose de commun, elles forment une espèce particulière de courbes; c'est cette espèce que Lagrange se propose de déterminer.

Dans cette question, la grandeur qui doit satisfaire la condition est une longueur, la formule type à considérer est donc celle des longueurs, cette formule est

$$\int \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$$

x, y, z désignant les coordonnées rectangulaires d'un point sur la courbe, et dx, dy, dz les différentielles de ces coordonnées.

Cela posé, la méthode de Lagrange consiste à considérer des fonctions arbitraires entrant dans la formule type (dans l'exemple ci-dessus ce seraient y et z qui seraient des fonctions arbitraires de x) comme capables d'une variation continue dans une certaine forme et à traiter les fonctions infiniment petites qui composent les accroissements qu'elles auraient subis, comme des différentielles ordinaires, de façon à les soumettre par conséquent aux règles du Calcul infinitésimal.



Des maxima et minima des intégrales.

La question posée en termes analytiques consiste à déterminer les fonctions d'une même variable indépendante qui feraient prendre à une intégrale de forme déterminée ses valeurs maximum et minimum.

Ainsi, si l'on choisissait arbitrairement y, z, \dots , en fonction

de x , l'intégrale

$$\int_{x_0}^{x_1}$$

prendrait une certaine forme qui serait fonction de la variation de la limite supérieure.

Pour certaines valeurs de x , on peut trouver des valeurs de y, z, \dots qui rendraient l'intégrale un maximum ou un minimum.

Cela posé, on cherchera les conditions auxquelles ces valeurs doivent satisfaire.

On posera $y = w$, $z = w'$, etc., et on aura

constante.

On posera

mine

cond

pose

et x

et x

l'intégrale

$$F\left(x, y, z, \dots, \frac{dy}{dx}, \frac{dz}{dx}, \dots, \frac{d^2y}{dx^2}, \frac{d^2z}{dx^2} \dots\right) dx$$

ait une certaine valeur dépendant de la forme de F , qui sera supposée fixe; si l'on choisissait ensuite d'autres fonctions pour exprimer y, z, \dots en x , l'intégrale prendrait une valeur : on peut donc se proposer de déterminer les fonctions x qui, mises à la place de y, z, \dots , rendraient l'intégrale un maximum ou minimum.

Pour que l'intégrale soit maximum ou minimum pour certaines valeurs en x de y, z, \dots , il faut qu'elle prenne pour ces valeurs de y, z, \dots , une valeur plus petite ou plus grande que toutes autres valeurs en x de ces fonctions, ou, du moins, pour toutes valeurs infiniment voisines, arithmétiquement, les auxquelles correspond le maximum ou le minimum.

On a posé, si nous désignons par y, z, \dots , les fonctions cherchées, et par $y + \omega, z + \omega', \dots$, des fonctions de x qui diffèrent un peu de y, z, \dots , pour toutes valeurs numériques de x , la condition à exprimer sera que la variation que subit l'intégrale, lorsque l'on substituerait les fonctions $y + \omega, z + \omega', \dots$ aux fonctions y, z, \dots , soit constamment négative ou constamment positive.

Parfois, outre les fonctions y, z, \dots , on a encore à déterminer les limites x_0 et x_1 , assujetties seulement à certaines conditions, concurremment avec y_0, z_0 et y_1, z_1 : nous les supposons donc inconnues, et si x_0 et x_1 sont les limites cherchées $+ \delta x_0, x_1 + \delta x_1$, des quantités infiniment voisines de x_0 et x_1 , il faudra que la variation de l'intégrale conserve encore le

même signe lorsqu'on remplacera à la fois y, ξ, \dots , par $y + \omega, \xi + \omega', \dots$, et les limites x_0 et x_1 , par $x_0 + \delta x_0$ et $x_1 + \delta x_1$, la différence

$$\begin{aligned} & \int_{x_0 + \delta x_0}^{x_1 + \delta x_1} F \left[x, y + \omega, \xi + \omega', \dots, \frac{d(y + \omega)}{dx}, \right. \\ & \quad \left. \frac{d(\xi + \omega')}{dx}, \dots, \frac{d^2(y + \omega)}{dx^2}, \frac{d^2(\xi + \omega')}{dx^2}, \dots \right] \\ & - \int_{x_0}^{x_1} F \left(x, y, \xi, \dots, \frac{dy}{dx}, \frac{d\xi}{dx}, \dots, \frac{d^2y}{dx^2}, \frac{d^2\xi}{dx^2}, \dots \right) \end{aligned}$$

devra conserver le signe $+$ ou le signe $-$, quelles que soient les fonctions infiniment petites ω, ω', \dots et quelles que soient les quantités infiniment petites δx_0 et δx_1 .

La quantité placée sous le signe \int dans la première intégrale peut être développée suivant la formule de Taylor. En faisant le développement aux termes infiniment petits du premier ordre, c'est-à-dire aux termes en $\omega, \omega', \dots, \frac{d\omega}{dx}, \frac{d\omega'}{dx}, \dots, \frac{d^2\omega}{dx^2}, \frac{d^2\omega'}{dx^2}, \dots$ qui sont tous comparables entre eux, on remplacera cette première intégrale par la somme des suivantes :

$$\begin{aligned} & \int_{x_0 + \delta x_0}^{x_1 + \delta x_1} F \left(x, y, \xi, \dots, \frac{dy}{dx}, \frac{d\xi}{dx}, \dots, \frac{d^2y}{dx^2}, \frac{d^2\xi}{dx^2}, \dots \right) \\ & + \int_{x_0 + \delta x_0}^{x_1 + \delta x_1} F_y \left(x, y, \xi, \dots, \frac{dy}{dx}, \dots, \frac{d^2y}{dx^2}, \dots \right) \omega \\ & + \int_{x_0 + \delta x_0}^{x_1 + \delta x_1} F_\xi \left(x, y, \xi, \dots, \frac{dy}{dx}, \dots, \frac{d^2y}{dx^2}, \dots \right) \omega' \\ & + \dots \end{aligned}$$

$$F'_{\frac{d\gamma}{dx}} \left(x, \gamma, \dots, \frac{d\gamma}{dx}, \dots \right) \frac{d\omega}{dx} dx$$

$$F'_{\frac{d^2\gamma}{dx^2}} \left(x, \gamma, \dots, \frac{d\gamma}{dx}, \dots \right) \frac{d\omega'}{dx} dx$$

.....

$$F'_{\frac{d^2\gamma}{dx^2}} \left(x, \gamma, \dots, \frac{d\gamma}{dx}, \dots \right) \frac{d^2\omega}{dx^2} dx$$

$$F'_{\frac{d^2\gamma}{dx^2}} \left(x, \gamma, \dots, \frac{d\gamma}{dx}, \dots \right) \frac{d^2\omega'}{dx^2} dx$$

.....

ifférence entre

$$\int_{x_0+\delta x_0}^{x_1+\delta x_1} F \left(x, \gamma, \gamma', \dots, \frac{d\gamma}{dx}, \dots \right) dx$$

$$\int_{x_0}^{x_1} F \left(x, \gamma, \gamma', \dots, \frac{d\gamma}{dx}, \dots \right) dx$$

it évidemment, en négligeant les termes d'ordres supérieurs à la différence entre les valeurs de

$$F \left(x, \gamma, \gamma', \dots, \frac{d\gamma}{dx}, \dots, \frac{d^2\gamma}{dx^2}, \dots \right) \delta x,$$

$x = x_0$ et pour $x = x_1$, δx recevant en même temps les valeurs δx_0 et δx_1 ; on note cette différence sous la forme

$$\left[F \left(x, \gamma, \gamma', \dots, \frac{d\gamma}{dx}, \dots, \frac{d^2\gamma}{dx^2}, \dots \right) \delta x \right]_{x_0}^{x_1}.$$

En effet, dans les autres intégrales, peuvent être ramenées

à x_0 et x_1 , parce que ces intégrales sont déjà infiniment petites, comme contenant chacune sous le signe \int deux facteurs infiniment petits, dx et l'une des quantités de même ordre $\omega, \frac{d\omega}{dx}, \frac{d\omega'}{dx}, \dots, \frac{d^2\omega}{dx^2}, \frac{d^2\omega'}{dx^2}, \dots$. La somme de ces intégrales doit donc être réduite à

$$\begin{aligned} & \int_{x_0}^{x_1} F'_y \left(x, y, \dots, \frac{dy}{dx}, \dots \right) \omega \, dx \\ & + \int_{x_0}^{x_1} F'_z \left(x, y, \dots, \frac{dy}{dx}, \dots \right) \omega' \, dx \\ & + \dots \dots \dots \\ & + \int_{x_0}^{x_1} F''_{\frac{dy}{dx}} \left(x, y, \dots, \frac{dy}{dx}, \dots \right) \frac{d\omega}{dx} \, dx \\ & + \int_{x_0}^{x_1} F''_{\frac{dz}{dx}} \left(x, y, \dots, \frac{dy}{dx}, \dots \right) \frac{d\omega'}{dx} \, dx \\ & + \dots \dots \dots \\ & + \int_{x_0}^{x_1} F'''_{\frac{d^2y}{dx^2}} \left(x, y, \dots, \frac{dy}{dx}, \dots \right) \frac{d^2\omega}{dx^2} \, dx \\ & + \int_{x_0}^{x_1} F'''_{\frac{d^2z}{dx^2}} \left(x, y, \dots, \frac{dy}{dx}, \dots \right) \frac{d^2\omega'}{dx^2} \, dx \\ & + \dots \dots \dots \end{aligned}$$

Cela posé, la méthode consiste à transformer les intégrales qui contiennent des dérivées des fonctions infiniment petites ω, ω' , en d'autres qui ne contiennent plus que ces fonctions elles-mêmes, de façon à pouvoir réduire la variation totale de l'intégrale primitive, d'une part, à des parties toutes calculées

rent que les valeurs des variations ω, ω', \dots , aux limites, et outre à une somme d'intégrales qui ne contiennent, sous le , l'une que ω , l'autre que ω', \dots . On y arrive très simplement par le procédé d'intégration par parties.

nous occupons, pour le moment, que des intégrales qui ennent $\frac{d\omega}{dx}, \frac{d^2\omega}{dx^2}, \dots$, le calcul se ferait de la même manière

celles qui contiennent $\frac{d\omega'}{dx}, \frac{d^2\omega'}{dx^2}, \dots$.

enons d'abord l'intégrale

$$+ \int_{x_0}^{x_1} F'_{\frac{dy}{dx}} \left(x, y, \dots, \frac{dy}{dx}, \dots \right) \frac{d\omega}{dx} dx :$$

considérant $\frac{d\omega}{dx} dx$ comme la différentielle exacte, et intégrant par parties, on la remplacera par

$$\left[F'_{\frac{dy}{dx}} \left(x, y, \dots, \frac{dy}{dx}, \dots \right) \omega \right]_{x_0}^{x_1} - \int_{x_0}^{x_1} \mathcal{O}_x \left[F'_{\frac{dy}{dx}} \left(x, y, \dots, \frac{dy}{dx}, \dots \right) \right] \omega dx.$$

onsidérons maintenant l'intégrale

$$\int_{x_0}^{x_1} F'_{\frac{d^2y}{dx^2}} \left(x, y, \dots, \frac{dy}{dx}, \dots \right) \frac{d^2\omega}{dx^2} dx,$$

ntégrant de même par parties, en considérant $\frac{d^2\omega}{dx^2} dx$ comme

fférentielle exacte, on la remplacera d'abord par

$$\left[F'_{\frac{d^2y}{dx^2}} \left(x, y, \dots, \frac{dy}{dx}, \dots \right) \frac{d\omega}{dx} \right]_{x_0}^{x_1} - \int_{x_0}^{x_1} \mathcal{O}_x \left[F'_{\frac{d^2y}{dx^2}} \left(x, y, \dots, \frac{dy}{dx}, \dots \right) \right] \frac{d\omega}{dx} dx.$$

Mais, en redoublant l'intégration par parties, on remplace la dernière intégrale, précédée de son signe —, par

$$- \left\{ \mathfrak{O}_x \left[F_{\frac{d^2 y}{dx^2}} \left(x, y, \dots, \frac{dy}{dx}, \dots \right) \right] \omega \right\}_{x_1}^{x_2} \\ + \int_{x_0}^{x_1} \mathfrak{O}_{x^2}^* \left[F_{\frac{d^2 y}{dx^2}} \left(x, y, \dots, \frac{dy}{dx}, \dots \right) \right] \omega dx.$$

Ainsi l'intégrale en question se trouvera encore remplacée par une somme de parties dépendant des variations aux limites d'une intégrale ne contenant plus sous le signe que ω , ainsi que sa dérivée seconde.

La même méthode réussirait évidemment de la même manière à transformer semblablement les intégrales qui porteront primitivement sur les dérivées d'ordres supérieurs de ω . Quant aux intégrales portant sur les dérivées de ω' , on les réduira de la même manière.

Cela posé, pour simplifier l'écriture, désignons par M, N, P, \dots les dérivées de

$$F \left(x, y, z, \dots, \frac{dy}{dx}, \frac{dz}{dx}, \dots, \frac{d^2 y}{dx^2}, \frac{d^2 z}{dx^2}, \dots \right)$$

par rapport à $y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2 y}{dx^2}, \dots$, qui entraient dans les expressions précédentes, et de même par M', N', P', \dots , les dérivées de la même fonction par rapport à $z, \frac{dz}{dx}, \frac{d^2 z}{dx^2}, \dots$.

Représentons, par suite, par $\frac{dM}{dx}, \frac{dN}{dx}, \frac{dP}{dx}, \dots$, les dérivées de M, N, P, \dots , par rapport à x , en y considérant $y, \frac{dy}{dx}, \dots$

e des fonctions de x , et, de même par $\frac{dM'}{dx}$, $\frac{dN'}{dx}$, $\frac{dP'}{dx}$, ..., de M' , N' , P' ,

variation totale de l'intégrale proposée sera alors représentée

$$\left(\begin{array}{l} F\left(x, y, \dots, \frac{dy}{dx}, \frac{dz}{dx}, \dots\right) \delta x \\ + \omega N + \omega' N' + \dots, \\ + \frac{d\omega}{dx} P + \frac{d\omega'}{dx} P' + \dots, \\ - \omega \frac{dP}{dx} - \omega' \frac{dP'}{dx} - \dots, \\ + \dots \dots \dots \end{array} \right)_{x_0}^{x_1}$$

$$\int_{x_0}^{x_1} \left[M\omega + M'\omega' + \dots, - \omega \frac{dN}{dx} - \omega' \frac{dN'}{dx} - \dots \right. \\ \left. + \omega \frac{d^2P}{dx^2} + \omega' \frac{d^2P'}{dx^2} - \dots \right] dx.$$

Pour que cette quantité ne change pas de signe, quels que soient ω , ω' , ..., et δx_0 , δx_1 , il faut qu'elle soit nulle d'elle-même; autrement elle changerait de signe en même temps que ω , ..., δx_0 et δx_1 .

Mais elle se compose de deux parties essentiellement distinctes : une partie finie, dont la valeur ne dépend, outre δx_0 et δx_1 , que des valeurs, aux limites, de ω , ω' , ..., $\frac{d\omega}{dx}$, $\frac{d\omega'}{dx}$, ..., et l'intégrale, qui dépend principalement des valeurs de ω , ω' , ... intermédiaires à leurs valeurs limites. Pour que la somme soit nulle, il faut donc que les deux parties soient séparément nulles.

Mais ω , ω' , ..., sont complètement indépendants les uns des

autres; il faut donc, pour que la somme des intégrales

$$\int_{x_0}^{x_1} \omega dx \left(M - \frac{dN}{dx} + \frac{d^2P}{dx^2} - \dots \right) +$$

$$\int_{x_0}^{x_1} \omega' dx \left(M' - \frac{dN'}{dx} + \frac{d^2P'}{dx^2} - \dots \right),$$

soit nulle, que chacune le soit séparément, c'est-à-dire que η, \dots , satisfassent aux équations simultanées

$$M - \frac{dN}{dx} + \frac{d^2P}{dx^2} - \dots = 0,$$

$$M' - \frac{dN'}{dx} + \frac{d^2P'}{dx^2} - \dots = 0,$$

Ces équations, lorsqu'on pourra les intégrer, feront connaître η, \dots , en fonction de x .

L'autre condition servira à déterminer les limites x_0 et x_1 , η_0 et η_1, \dots .

Si les fonctions η, η', \dots , étaient liées d'avance à x par une condition

$$\varphi(x, \eta, \eta', \dots) = 0,$$

l'une d'elles ne serait plus arbitraire, non plus que sa variation qui devrait satisfaire à la condition

$$\frac{d\varphi}{d\eta} \omega + \frac{d\varphi}{d\eta'} \omega' + \dots = 0.$$

Dans ce cas, ou bien on éliminerait préalablement cette fonction s'il était possible, ou bien on ne la considérerait jamais comme déterminée au moyen des autres et de x ; rien d'ailleurs ne serait changé à la théorie.

Problèmes des isopérimètres.

arrivera fréquemment que les fonctions y, z, \dots , soient jettées à la condition qu'une nouvelle intégrale, différente de dont on cherche les *maxima* et *minima*, doive être égale à une quantité donnée : les problèmes d'isopérimètres en offrent un exemple. Dans ce cas, on devra exprimer que la variation de la nouvelle intégrale est nulle comme celle de la principale : or, les équations de ces variations à zéro sont, en supposant que la question ne comporte qu'une seule inconnue y ,

$$V = M - \frac{dN}{dx} + \frac{d^2P}{dx^2} - \dots = 0,$$

$$V_1 = M_1 - \frac{dN_1}{dx} + \frac{d^2P_1}{dx^2} - \dots = 0,$$

satisfera évidemment à la fois aux deux conditions en fait $\frac{V}{V_1}$ égal à une constante λ , déterminant y en fonction de x

l'équation différentielle $\frac{V}{V_1} = \lambda$, reportant y exprimé au moyen de x et de λ dans l'intégrale qui doit être égale à une quantité donnée, et déterminant la constante λ en conséquence. En effet, d'abord, la fonction y et la constante λ satisferont à la condition voulue que la seconde intégrale ait la valeur assignée; en second lieu, les variations des deux intégrales ayant entre elles le rapport fini λ , l'une d'elles ne pourra pas être nulle si que l'autre le soit.

Sur le nombre des éléments consécutifs qu'il conviendrait de considérer pour trouver, par la méthode des Bernoulli, la courbe remplissant la condition énoncée de maximum ou de minimum.

L'analyse qui précède nous permettra de répondre à la question que soulevait d'elle-même la discussion de la méthode employée par les Bernoulli, Leibniz, le marquis de l'Hôpital, Newton pour traiter les questions qui ressortissent aujourd'hui au calcul des variations, question que nous avions dû laisser provisoirement sans solution.

Les intégrales dont se sont occupés les géomètres dont nous venons de rappeler les travaux, ne portèrent jamais que sur une seule fonction inconnue y ; la question que nous allons examiner pourrait aussi bien être posée relativement à une intégrale prise sur un nombre quelconque de fonctions inconnues y, z, \dots , etc. ainsi étendue, elle ne présenterait plus aucun intérêt historique. Au reste elle se résoudrait évidemment par les mêmes considérations. Nous nous bornerons donc à l'examen du cas où l'intégrale proposée porterait sur une seule fonction inconnue, y .

Cette question comporte deux solutions différentes selon qu'on suppose ou non qu'une théorie préalable permette de revenir à l'équation différentielle propre à définir la fonction inconnue, dès que la fonction placée sous le signe somme a été formulée. Dans le premier cas, il est bien clair que la fonction, placée sous le signe, ne contient pas de dérivées de la fonction inconnue, dont l'ordre dépasse n , il n'y a donc à considérer que n éléments consécutifs de la courbe cherchée, puisque cela suffira pour arriver à noter l'intégrale qu'il y a lieu de considérer et que la recherche de l'équation différentielle

cherché
le même
C'est
leurs,
pas là
n'ayant
placée

cherché
le seul
différent
Soit

l'intégrale
dérivée
précédente

et la
contiennent
vées
qui
dans
 M_n

née ne dépendra plus que d'un calcul uniforme, toujours le même, quelle que soit la question proposée.

Et ainsi qu'Euler a résolu la question, parfaitement d'ailleurs, relativement au point de vue où il se plaçait. Mais ce n'est pas la question qui avait divisé les deux frères Bernoulli, qui n'ont aucun moyen de passer de la formule de la fonction sous le signe, à l'équation

$$M - \frac{dN}{dx} + \frac{d^2P}{dx^2}, \dots,$$

il faut arriver directement à cette équation. Dans ce cas, il y a un intérêt historique, la solution est toute différente.

Il faut

$$\int F\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \dots, \frac{d^ny}{dx^n}\right) dx,$$

il faut considérer dans la question et M, M_1, \dots, M_n les dérivées de F par rapport à $y, \frac{dy}{dx}, \dots, \frac{d^ny}{dx^n}$: d'après la théorie précédente, l'équation qui déterminera la fonction y sera

$$M - \frac{dM_1}{dx} + \dots \pm \frac{d^n M_n}{dx^n} = 0,$$

la question est de savoir à quel ordre elle s'élèvera. Or, M_n contiendra généralement $\frac{d^ny}{dx^n}$, sans qu'il puisse y entrer de dérivées d'ordres plus élevés de y par rapport à x ; mais $\frac{d^n M_n}{dx^n}$ désigne la dérivée $n^{\text{ième}}$ de M par rapport à x , en y regardant y comme une fonction de x , contiendra toujours $\frac{d^{2n}y}{dx^{2n}}$, si M contient $\frac{d^ny}{dx^n}$.

L'équation

$$M - \frac{dM_1}{dx} + \dots \pm \frac{d^n M_n}{dx^n} = 0,$$

qui devra déterminer y , sera donc en général de l'ordre $2n$; conséquemment, pour la former directement, il faudrait connaître $2n + 1$ points consécutifs de la courbe qui devrait satisfaire à la condition de maximum ou du minimum; ou décomposer la courbe en $2n$ sous-éléments.

Bien entendu, ce qui vient d'être dit ne signifie aucunement qu'il doive être toujours impossible de réduire, par des considérations particulières ou des moyens spéciaux, le nombre des éléments à mettre en ligne : par exemple, l'Hospital et Bernoulli sont arrivés directement, pour la méridienne de moindre résistance, à une équation différentielle du premier ordre; mais ils ne sont parvenus à des résultats si simples qu'à l'aide d'artifices ingénieux, spécialement appropriés à la question. En sorte que les plaisanteries adressées par l'Hospital à propos de la guerre, n'étaient peut-être pas caractéristiques, dans l'espèce, l'intégrale à rendre minimum, consistait à bien la dérivée de la fonction inconnue.



Equilibre d'un système déformable.

Pour bien faire comprendre la méthode de Lagrange, nous supposerons d'abord qu'il s'agisse d'un nombre limité de points $(x, y, z), (x', y', z') \dots$, liés les uns aux autres par des conditions de telle sorte que leurs coordonnées doivent constamment

des équations

$$A = 0, \quad B = 0, \quad C = 0, \dots,$$

le nombre moindre que le triple du nombre de ces points.

Les mêmes conditions $A = 0, B = 0, C = 0, \dots$, pourraient être imposées par des obligations de bien des manières différentes, c'est-à-dire par l'établissement de bien des systèmes équivalents de liaisons ; mais, quels que soient les liens qui unissent effectivement les points considérés les uns aux autres, les conditions du libre des forces qui les solliciteront seront toujours les mêmes. Ces conditions d'équilibre sont toutes renfermées dans l'équation de Lagrange

$$\Sigma(X \delta x + Y \delta y + Z \delta z) = 0$$

où X, Y, Z désignent les composantes parallèlement aux axes, des axes rectangulaires, de la force appliquée en l'un des points du système (x, y, z) ; où $\delta x, \delta y, \delta z$ représentent les variations que subirait les coordonnées de ce point, par suite d'un déplacement virtuel quelconque du système, compatible avec ses liaisons ; où enfin le Σ indique la sommation à faire, pour tous les points du système, des sommes partielles telles que

$$(X \delta x + Y \delta y + Z \delta z).$$

La condition doit rester satisfaite quel que soit le déplacement que l'on imagine, et par conséquent quelles que soient les variations $\delta x, \delta y, \delta z, \delta x', \dots$, correspondantes.

Le déplacement imaginé devant être compatible avec les liaisons du système, il en résulte que les coordonnées $x + \delta x, y + \delta y, z + \delta z, x' + \delta x', \dots$, des points, dans leurs nouvelles

positions, doivent continuer de satisfaire aux conditions $A = 0, B = 0$, etc.; par suite, les variations $\delta x, \delta y, \delta z, \delta x', \delta y', \delta z'$, etc., doivent elle-mêmes satisfaire aux équations différentielles des équations $A = 0, B = 0$, etc., c'est-à-dire aux équations

$$\begin{aligned} 1. \quad & \frac{dA}{dx} \delta x + \frac{dA}{dy} \delta y + \frac{dA}{dz} \delta z + \frac{dA}{dx'} \delta x' + \dots = 0 \\ 2. \quad & \frac{dB}{dx} \delta x + \dots = 0 \\ & \dots \dots \dots \end{aligned}$$

Ainsi les conditions d'équilibre seront que l'équation

$$(1) \quad \Sigma (X \delta x + Y \delta y + Z \delta z) = 0$$

reste constamment satisfaite, quelles que soient les variations $\delta x, \delta y, \dots$, pourvu qu'elles satisfassent aux équations (2).

Supposons que les points

$$x, y, z, \quad x', y', z', \quad \dots$$

soient au nombre de m , et les équations $A = 0, B = 0, \dots$ au nombre de n , les $3m$ variations des coordonnées des points du système n'étant assujetties qu'à n conditions seulement, il y aura donc $(3m - n)$ qui pourraient être choisies arbitrairement, sans que les liaisons du système fussent rompues, les n autres variations étant, bien entendu, déterminées par les équations. Il en résulte évidemment que les conditions d'équilibre, dans ce cas, devraient être au nombre de $(3m - n)$.

Ces $(3m - n)$ conditions seront toujours aisées à obtenir, en effet, si des équations (2), qui sont linéaires, on tirait n des variations en fonction des autres, et qu'on les remplaçât dans

la somm

comme

(3m -

coeffici

On tro

cherch

On

nation

coeffic

Si

λ, λ' ,

ensui

man

fait,

reste

qu'à

A

équ

(3

$$\Sigma(X \delta x + Y \delta y + Z \delta z),$$

ette somme devrait être nulle quelles que fussent les variations restantes, il faudrait évidemment que les s de ces variations restantes fussent séparément nuls. rait donc de cette manière les $(3m - n)$ conditions

ra les exprimer d'une autre manière en faisant l'élimi- s variations arbitraires au moyen de la méthode des s indéterminés.

multiplie, les équations (2) par des indéterminées ..., et qu'on les ajoute à l'équation (1), on pourra miner n des variations en déterminant λ, λ', \dots , de ue les coefficients de ces variations soient nuls; cela s λ, λ', \dots , étant remplacés par leurs valeurs, il ne pour obtenir les conditions cherchées de l'équilibre, ler encore les coefficients des autres variations.

es conditions d'équilibre sont renfermées dans les

$$\left\{ \begin{array}{l} X + \lambda \frac{dA}{dx} + \lambda' \frac{dB}{dx} + \dots = 0, \\ Y + \lambda \frac{dA}{dy} + \lambda' \frac{dB}{dy} + \dots = 0, \\ Z + \lambda \frac{dA}{dz} + \lambda' \frac{dB}{dz} + \dots = 0, \\ X' + \lambda \frac{dA}{dx'} + \lambda' \frac{dB}{dx'} + \dots = 0, \\ \dots \dots \dots \end{array} \right.$$

liminerait λ, λ', \dots .

Mais les quantités $\lambda, \lambda', \text{etc.}$, sont en réalité des inconnues. La question, comme on va le voir, et les équations (3) les feront en même temps que les conditions d'équilibre.

Ces équations (3), en effet, contiendraient encore les conditions d'équilibre des m points proposés, entre lesquels la relation A viendrait à être supprimée, pourvu qu'en même temps ces points vissent à être soumis à de nouvelles forces dont les composantes fussent, pour le point (x, y, z) ,

$$\lambda \frac{dA}{dx}, \quad \lambda \frac{dA}{dy}, \quad \lambda \frac{dA}{dz},$$

pour le point (x', y', z')

$$\lambda \frac{dA}{dx'}, \quad \lambda \frac{dA}{dy'}, \quad \lambda \frac{dA}{dz'},$$

.....

La condition $A = 0$ équivaut donc à l'introduction de nouvelles forces; ou, en d'autres termes, les liens matériels qui obligent les points considérés à remplir la condition $A = 0$ réagissent sur ces points, et leurs réactions ont pour composantes, pour le point (x, y, z) ,

$$\lambda \frac{dA}{dx}, \quad \lambda \frac{dA}{dy}, \quad \lambda \frac{dA}{dz},$$

au point (x', y', z')

$$\lambda \frac{dA}{dx'}, \quad \lambda \frac{dA}{dy'}, \quad \lambda \frac{dA}{dz'},$$

.....

Il en serait de même séparément de chacune des autres conditions $B = 0, C = 0, \dots$

Les équations précédentes donnent lieu à une autre remarque importante. La condition $A = 0$, par exemple, pourrait être considérée comme l'équation d'une surface sur laquelle chacun des points, dont les coordonnées y entrent, pourrait se déplacer, les autres restant fixes, sans que les liens fussent rompus.

Par exemple, on y regardait x, y, z comme seules variables, ce serait l'équation d'une surface sur laquelle le point (x, y, z) pourrait se déplacer, les autres restant fixes, en tant au moins qu'on n'aurait égard qu'à cette seule relation $A = 0$.

Il est facile de voir que la force appliquée au point (x, y, z)

l'on obtiendrait en composant $\lambda \frac{dA}{dx}$, $\lambda \frac{dA}{dy}$, $\lambda \frac{dA}{dz}$ et qui, comme on l'a vu, équivaldrait, pour le point (x, y, z) , à la direction des liens qui assujettissent les points du système à la relation $A = 0$, il est facile, disons-nous, de voir que cette force serait normale à la surface que représenterait l'équation $A = 0$, si l'on y regardait x, y, z comme seules variables.

Les coefficients angulaires du plan tangent à cette surface au point (x, y, z) seraient en effet $\frac{dA}{dx}$, $\frac{dA}{dy}$, $\frac{dA}{dz}$; par conséquent, les équations de la normale à ce plan, menée de l'origine, seraient

$$\frac{x}{\left(\frac{dA}{dx}\right)} = \frac{y}{\left(\frac{dA}{dy}\right)} = \frac{z}{\left(\frac{dA}{dz}\right)},$$

la normale serait donc parallèle à la résultante des trois forces

$$\lambda \frac{dA}{dx}, \quad \lambda \frac{dA}{dy}, \quad \lambda \frac{dA}{dz}.$$

Considérons maintenant une suite de points matériels en se
formant une ligne flexible, extensible ou non, ou une le dé
auss flexible, et de même extensible ou non, ou enfin un D.
variable de figure, compressible ou non.

Les composantes de la force appliquée en chaque él que
la ligne, de la surface ou du volume seront données en cent
des coordonnées de l'un des points de l'élément (parce qu'at
pourraient pas varier d'une manière appréciable, dans l'inté
de cet élément) et rapportées d'ailleurs à l'unité de long for
surface ou de volume. Les composantes de la force véritable la n
appliquée à cet élément seront donc ces mêmes fonctions S
des coordonnées d'un de ses points, multipliées respect la l
par l'étendue de l'élément. en

Ainsi, en désignant d'une manière générale par x, y en
coordonnées d'un des points de la masse, et par de en
dont ce point fera partie, les composantes de la force qui au
appliquée auront pour expressions les produits par de A
fonctions X, Y, Z des coordonnées x, y, z . Ce seront

$$Xde, Yde, Zde.$$

Cela posé, les conditions d'équilibre exigeraient que, la
des points considérés venant à subir un déplacement quelcon d
compatible avec ses liaisons, la somme des travaux correspon l
dants des forces qui les sollicitent fût constamment nulle. c

Or, pour déterminer le mouvement de la masse entière
pourra imaginer que les coordonnées d'un point quelconq
cette masse subissent des variations extrêmement petites
sentées par des fonctions $\delta x, \delta y, \delta z$ de ses coordonnées x, y

sorte que ce serait le choix de ces fonctions qui déterminerait le déplacement d'ensemble de la masse entière.

Dans cette hypothèse, on devra avoir

$$\Sigma(X \, de \, \delta x + Y \, de \, \delta y + Z \, de \, \delta z) = 0,$$

telles que soient les fonctions δx , δy , δz , pourvu que le déplacement correspondant au choix de ces trois variations soit compatible avec les liaisons du système, et la somme, qui sera une intégrale simple, double ou triple, selon qu'il s'agira de points variant une ligne, une surface ou un volume, s'étendant à toute masse.

Si le lieu des points considérés était extensible ou compressible, la loi suivant laquelle l'extension ou la compression dépendrait, chaque point, de la pression exercée, établirait des relations entre les variations des points de l'ensemble, voisins les uns des autres, et ces relations rempliraient l'office des équations $A = 0$, $B = 0$, ..., du paragraphe précédent.

Supposons, pour plus de simplicité, qu'il s'agisse d'un fil inextensible : la condition à laquelle devront alors satisfaire deux points infiniment voisins sera que leur distance mutuelle reste constante.

Si x, y, z et $x + dx, y + dy, z + dz$ sont les coordonnées de deux points infiniment voisins du fil, dans la position d'équilibre, le premier venant en $(x + \delta x, y + \delta y, z + \delta z)$, par suite du déplacement virtuel, le second parviendra en

$$x + dx + \delta(x + dx), \quad y + dy + \delta(y + dy), \\ z + dz + \delta(z + dz);$$

les caractéristiques δ désignant ici des fonctions infiniment petites

lien

$$0 = dx \cdot d(\delta x) + dy \cdot d(\delta y) + dz \cdot d(\delta z),$$

négligeant la somme

$$[d(\delta x)]^2 + [d(\delta y)]^2 + [d(\delta z)]^2,$$

serait du quatrième ordre, tandis que la précédente est du troisième.

L'équation précédente, que l'on peut écrire

$$\frac{dx}{ds} d(\delta x) + \frac{dy}{ds} d(\delta y) + \frac{dz}{ds} d(\delta z) = 0,$$

on peut supposer répétée pour chacun des points de la corde. Il faudrait, pour continuer l'analogie, en multiplier les formules successives par des indéterminées λ, λ', \dots , ajouter les résultats au premier membre de l'équation

$$\Sigma (X ds \delta x + Y ds \delta y + Z ds \delta z) = 0$$

égaliser séparément à zéro les coefficients de toutes les variations. Mais l'indéterminée λ qui multiplierait l'équation

$$\frac{dx}{ds} d(\delta x) + \frac{dy}{ds} d(\delta y) + \frac{dz}{ds} d(\delta z) = 0,$$

relative au point (x, y, z) , cette indéterminée, obtenue, s'il était possible, par le procédé applicable au cas d'un nombre limité de points, varierait continuellement avec x, y, z ; en d'autres termes la solution pouvait être obtenue par ce procédé, elle fournirait λ en fonction de x, y, z .

Il est donc naturel de substituer à la recherche impossible de la valeur numérique de λ , correspondant à chaque point du fil, la détermination de la fonction propre à la représenter.

Dans ce nouvel ordre d'idées, la somme qu'on aurait dû
de

$$\lambda \left[\frac{dx}{ds} d(\partial x) + \frac{dy}{ds} d(\partial y) + \frac{dz}{ds} d(\partial z) \right] \\ + \lambda' \left[\frac{dx'}{ds} d(\partial x') \dots \right] + \dots,$$

devient l'intégrale

$$\int \lambda \left[\frac{dx}{ds} d(\partial x) + \frac{dy}{ds} d(\partial y) + \frac{dz}{ds} d(\partial z) \right]$$

et l'équation de l'équilibre, elle-même, est alors, en remplaçant
par ds

$$\int ds (X \partial x + Y \partial y + Z \partial z) \\ + \int \lambda \left[\frac{dx}{ds} d(\partial x) + \frac{dy}{ds} d(\partial y) + \frac{dz}{ds} d(\partial z) \right] = 0;$$

mais l'intégration par parties donne

$$\int \lambda \frac{dx}{ds} d(\partial x) = \lambda \frac{dx}{ds} \partial x - \int \partial x d \left(\lambda \frac{dx}{ds} \right), \\ \int \lambda \frac{dy}{ds} d(\partial y) = \lambda \frac{dy}{ds} \partial y - \int \partial y d \left(\lambda \frac{dy}{ds} \right), \\ \int \lambda \frac{dz}{ds} d(\partial z) = \lambda \frac{dz}{ds} \partial z - \int \partial z d \left(\lambda \frac{dz}{ds} \right).$$

En faisant la substitution, ordonnant par rapport à $\partial x, \partial y, \partial z$
séparément et indiquant les limites, l'équation d'équilibre devient

$$0 = \left[\lambda \frac{dx}{ds} \partial x + \lambda \frac{dy}{ds} \partial y + \lambda \frac{dz}{ds} \partial z \right]_{x_0 y_0 z_0}^{x_1 y_1 z_1} \\ + \int_{x_0 y_0 z_0}^{x_1 y_1 z_1} \partial x \left(X ds - d \left(\lambda \frac{dx}{ds} \right) \right) + \partial y \left(Y ds - d \left(\lambda \frac{dy}{ds} \right) \right) \\ + \partial z \left(Z ds - d \left(\lambda \frac{dz}{ds} \right) \right)$$

(x_0, y_0, z_0) et (x_1, y_1, z_1) désignant les coordonnées des extrémités du fil.

Or, pour que cette somme soit nulle quelles que soient les variations δx , δy , et δz , il faudra évidemment d'abord qu'on ait chaque point

$$X ds - d \frac{\lambda dx}{ds} = 0,$$

$$Y ds - d \frac{\lambda dy}{ds} = 0,$$

$$Z ds - d \frac{\lambda dz}{ds} = 0,$$

car on pourrait supposer toutes les variations, autres que celles qui se rapportent au point x, y, z , infiniment petites par rapport à celles-ci, et, en outre, que les variations des coordonnées, aux points extrêmes du fil, satisfassent à la condition

$$\left[\lambda \frac{dx}{ds} \delta x + \lambda \frac{dy}{ds} \delta y + \lambda \frac{dz}{ds} \delta z \right]_{x_0 y_0 z_0}^{x_1 y_1 z_1} = 0.$$

Les trois équations entre (x, y, z) , (X, Y, Z) et λ , si l'on pouvait en éliminer λ (qui du reste, en vertu de la théorie exposée dans le paragraphe précédent, représente la tension du fil en chaque point), donneront les rapports deux à deux des composantes X, Y, Z de la force appliquée en chaque point, si la figure du fil est donnée; ou bien ce seront les équations mêmes de la courbe affectée par le fil, si c'est la force qui est donnée en fonction de x, y, z .

Quant à la condition relative aux limites, on y remplacera d'abord λ_0 et λ_1 par leurs valeurs connues, d'après ce qui précède;

les variations des coordonnées des deux points extrêmes y sont déterminées en partie, en raison des conditions géométriques données, et elle liera entre elles les variations restantes.

Application.

Cherchons, par exemple, la forme d'équilibre affectée par un fil flexible, fixé par ses deux extrémités et soumis seulement à l'action de la pesanteur.

L'axe des z étant pris vertical et dirigé de bas en haut, X et Y seront identiquement nuls; Z , en supposant la densité du fil égale à 1, sera $-g$; les équations à résoudre seront donc

$$d \frac{\lambda dx}{ds} = 0,$$

$$d \frac{\lambda dy}{ds} = 0,$$

$$g ds + d \frac{\lambda dz}{ds} = 0,$$

qui donnent immédiatement

$$\lambda \frac{dx}{ds} = C, \quad \lambda \frac{dy}{ds} = C', \quad \lambda \frac{dz}{ds} = -gs + C''.$$

Les deux premières, divisées membre à membre, donnent

$$\frac{dy}{dx} = \frac{C'}{C},$$

équation qui montre que la courbe cherchée est plane, ce qui permet d'introduire une simplification. En supposant en effet qu'une

pris pour plan des zx le plan vertical passant par les deux points fixes, les équations se réduisent alors à

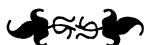
$$\lambda \frac{dx}{ds} = C \quad \text{et} \quad \lambda \frac{d\lambda}{ds} = -gs + C_1,$$

où l'on tire, par l'élimination de λ ,

$$C \frac{d\lambda}{dx} + -gs + C_1$$

$$\frac{C \frac{d^2\lambda}{dx^2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{d\lambda}{dx}\right)^2}} = -g.$$

est l'équation différentielle de la chaînette.



Calcul des différences.

Les premiers éléments de cette théorie se trouvent, comme nous l'avons vu, dans les œuvres de Leibniz; Jacques Bernoulli en a donné la formule fondamentale dans son mémoire sur le problème des isopérimètres; Newton avait auparavant résolu le problème de la parabole de degré m passant par $m + 1$ points donnés, dont les abscisses fussent en progression arithmétique; c'est Lagrange qui a donné la dernière main à la théorie dont il s'agit; c'est à lui qu'on doit la solution générale du problème de l'interpolation; c'est lui qui a donné aux formules la forme élégante qu'elles ont aujourd'hui, et c'est d'après lui qu'on a pu substituer

binôme $x - a$, c'est-à-dire que

$$\Delta^p u_0 = u_p - p u_{p-1} + \frac{p(p-1)}{1 \cdot 2} u_{p-2} - \dots$$

Car pour passer de $\Delta^q u_0$ à $\Delta^{q+1} u_0$, il faut ajouter le coefficient d'un terme de $\Delta^q u_1$ au coefficient du terme précédent dans $\Delta^q u_0$.

Cherchons maintenant l'expression d'un terme quelconque de la fonction d'un terme précédent et de ses différences successives.

On a, par définition,

$$u_1 = u_0 + \Delta u_0$$

et

$$\Delta u_1 = \Delta u_0 + \Delta^2 u_0;$$

en ajoutant ces deux formules, il vient

$$u_1 + \Delta u_1 = u_2 = u_0 + 2 \Delta u_0 + \Delta^2 u_0.$$

Cette nouvelle formule, en y augmentant les indices d'une unité, donne

$$u_3 = u_1 + 2 \Delta u_1 + \Delta^2 u_1,$$

on en conclut, par soustraction,

$$\Delta u_2 = \Delta u_0 + 2 \Delta^2 u_0 + \Delta^3 u_0;$$

et, en ajoutant Δu_2 à u_2 ,

$$u_3 = u_0 + 3 \Delta u_0 + 3 \Delta^2 u_0 + \Delta^3 u_0,$$

et ainsi de suite; on voit que la formule générale est

$$u_p = u_0 + p \Delta u_0 + \frac{p(p-1)}{1 \cdot 2} \Delta^2 u_0 + \dots + \Delta^p u_0.$$

Les nombres qui forment la suite que l'on considère sont les résultats des substitutions dans une fonction $f(x)$, de $x = a$

Les valeurs données à la variable, si $x_0, x_1, x_2 \dots$ sont les valeurs attribuées à x , on a un type général et algébrique des différences considérées, ce type est $f(x)$, puisque les nombres désignés par u_0, u_1, u_2 sont

$$f(x_0), f(x_1), f(x_2), \dots$$

On peut se proposer d'obtenir de même une formule algébrique des différences premières, puis une autre pour représenter les différences secondes et ainsi de suite ; mais la première condition essentielle, dans cette recherche, est évidemment de fixer une variation pour x . Il est clair en effet que si les nombres $x_0, x_1, x_2, \dots, x_m$ étaient complètement indépendants les uns des autres, on ne pourrait établir aucun lien entre les différences premières d'une fonction, ni par conséquent exprimer ces différences au moyen d'une même formule.

On suppose, ce qui est la loi la plus simple et la seule pratique, que les valeurs de x soient en progression arithmétique. Dans ce cas le type général des différences premières de la fonction est évidemment

$$f(x+h) - f(x),$$

où h étant la raison de la progression des valeurs de x .

On désigne par $\varphi(x)$ cette fonction de x où h est une constante, il est clair que le type général des différences secondes de la fonction est le même

$$\Delta^2 f(x) = \varphi(x+h) - \varphi(x).$$

La formule type étant de même désignée par $\psi(x)$, les différences troisièmes de la fonction seront encore représentées par

$$\psi(x+h) - \psi(x),$$

et ainsi de suite.

Si l'on suppose que la fonction $f(x)$ est développable en série de Taylor dans l'intervalle (a, b) , on a :

$$\Delta^m f(x) = f(x+h) - f(x) = f(x) + f'(x)h + \frac{f''(x)}{2!}h^2 + \dots + \frac{f^{(m)}(x)}{m!}h^m + \dots - f(x)$$

soit encore :

$$\Delta^m f(x) = f(x+h) - f(x) = f(x) + f'(x)h + \frac{f''(x)}{2!}h^2 + \dots + \frac{f^{(m)}(x)}{m!}h^m + \dots - f(x)$$

et encore :

$$\Delta^m f(x) = f^{(m)}(x)h^m + \dots$$

En général, on aura :

$$\Delta^m f(x) = f^{(m)}(x)h^m + \dots$$

Si l'on applique la méthode à un polynôme de degré m , la différence première de ce polynôme ne sera plus de degré $m-1$; la différence seconde ne sera plus que de degré $m-2$, et ainsi de suite. La différence d'ordre m sera constante.

Chacun des développements qui précèdent sera donc valable puisque la dérivée d'ordre $m+1$ sera nulle, ainsi qu'on va le voir.

$\Delta f(x)$ aura donc m termes, $\Delta^2 f(x)$ n'en aura plus que $m-1$, etc., la $m^{\text{ème}}$ différence n'en aura plus qu'un seul ; mais :

$$\Delta^m f(x) = f^{(m)}(x)h^m + \dots$$

si le polynôme proposé est

$$A_0 x^m + A_1 x^{m-1} + \dots$$

riée étant

$$m(m-1) \dots 2 \cdot 1 A_0,$$

de l'ordre m de ce polynôme sera

$$m(m-1) \dots 2 \cdot 1 A_0 h^m.$$

de là un moyen très simple d'obtenir les résultats des
ns de nombres en progression arithmétique dans le
embre d'une équation algébrique entière : il suffit d'en
tement $(m+1)$, on peut ensuite prolonger le tableau
ts, sans plus avoir à faire que des additions.

ons vu que la question avait été résolue par Leibniz.
pour exemple un polynôme du quatrième degré

$$x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 3x + 4 :$$

que nous voulions faire des substitutions entières, et
pour raison de la progression formée par les valeurs

ommencerons par substituer les nombres 0, 1, 2, 3, 4 :
ts des substitutions seront

$$4 \quad 5 \quad 18 \quad 67 \quad 200$$

ices de ces résultats sont

$$1 \quad 13 \quad 49 \quad 133$$

ices secondes sont

$$12 \quad 36 \quad 84$$

ices troisièmes

$$24 \quad 48$$

fférence quatrième est

$$24$$

Toutes les différences quatrièmes ayant pour valeur constante 24 est donc la différence entre la dernière différence troisième calculée et la suivante; celle-ci est donc 72. 72 forme donc la différence entre la dernière différence seconde calculée, 84, et la suivante, celle-ci est donc 156, en ajoutant de même 132 à la dernière différence première 133, on a la suivante 289, en ajoutant 289 à la dernière valeur calculée du polynôme, on a la suivante 489, qui correspond à $x = 5$, et ainsi de suite.

Le même tableau initial peut aussi servir à former les résultats des substitutions descendantes — 1, — 2, ... En effet, 24 est la valeur constante des différences quatrièmes, la première différence troisième calculée étant d'ailleurs 24, la seconde devrait être 0. Cette nouvelle première différence troisième est la nouvelle première différence seconde devrait être 12. En remontant ainsi, on trouve que 15 est le résultat de la substitution de — 1 à x dans le polynôme proposé, et l'on continue ainsi indéfiniment.

Il n'y a que les polynômes algébriques dont les différences d'ordres supérieurs finissent par devenir toutes nulles, et que ce qui vient d'être dit relativement à la formation du tableau des résultats des substitutions, semblerait ne devoir être applicable qu'aux fonctions algébriques entières; mais l'usage des applications de la théorie des différences a pour objet la construction d'expressions algébriques entières capables de remplacer d'intervalles en intervalles, et avec une suffisante approximation pour les besoins de la pratique, toutes sortes de fonctions.

La fonction algébrique entière, destinée à remplacer une fonction plus compliquée, étant une fois obtenue, c'est à

fonction
exposée.

La rec
l'interpo
particul
général.

Nous
d'indiqu
allusion

L'int
formule
d'expér
corres
ment.

La
propo
variat
cette f

t-on se
représ
d'être
discus

jouer l
Tot
le phé
théor

form
form
de cc

on entière qu'on applique la méthode qui vient d'être
e.

recherche de cette fonction entière constitue le problème de
polation, qui a été traité d'abord par Newton, dans un cas
ulier, et, finalement, par Lagrange, dans le cas le plus
al.

as commencerons par poser la question elle-même, avant
quer les deux solutions auxquelles nous venons de faire
on.

Interpolation, en général, a pour objet la construction d'une
le empirique propre à représenter exactement les résultats
ériences faites, et à donner approximativement ceux qui
pondraient aux cas intermédiaires, non observés directe-

forme analytique de la fonction à l'aide de laquelle on se
se de représenter approximativement la marche de la
le continue dont on veut exprimer une valeur quelconque,
forme est toujours plus ou moins arbitraire ; aussi trouve-
ouvent un grand nombre de formules interpolatrices pour
enter la loi d'un même phénomène ; mais le choix, loin
indifférent, doit, au contraire, toujours être éclairé par une
sion approfondie, où la sagacité, malheureusement, aura à
le principal rôle.

ut ce que l'on peut dire de général à cet égard, c'est que, si
énomène étudié présente un cas simple qui ait pu être traité
iquement, il conviendra de former autant que possible les
ales empiriques, relatives aux autres cas, sur le type de la
ale connue : on ajoutera ordinairement à celle-ci un terme
rection contenant la cause perturbatrice.

Dans les formules d'interpolation dont on se sert le plus souvent, et que nous allons faire connaître, l'effet à évaluer est représenté par une expression algébrique entière, c'est-à-dire par un polynôme ordonné par rapport aux puissances croissantes de la cause. La forme entière présente plusieurs avantages dont il est facile de se rendre compte : en premier lieu, la fonction représentée par cette forme, ne comporte jamais qu'une seule valeur pour une valeur de la variable ; or, presque tous les phénomènes physiques présentent ce caractère remarquable, que la grandeur de l'effet détermine d'une manière absolue celle de l'effet correspondant.

On doit remarquer, d'ailleurs, que si l'on avait la représentation analytique exacte de la valeur de l'effet, le développement en série de Taylor, suivant la série de Taylor, ferait précisément reconnaître la forme entière.

Enfin, cette forme se trouve en quelque sorte indiquée d'elle-même dans tous les cas si fréquents où les variations de l'effet sont restreintes dans d'étroites limites lors même que la cause subit les plus grands écarts.

Il existe toujours un polynôme de degré m au plus qui passe par $m + 1$ valeurs définies, pour $m + 1$ valeurs données de la variable, et il n'en existe jamais qu'un seul : c'est ce polynôme qu'on appelle la forme de Newton et à Lagrange. La formule de Newton se rapporte au cas où les valeurs de la variable sont en progression arithmétique ; c'est celui qui se présente le plus fréquemment dans la pratique, et le calcul arithmétique des coefficients du polynôme est alors plus simple ; la formule de Lagrange s'applique, quand les valeurs de la variable sont en progression géométrique, ou quand elles sont quelconques.

sera intéressant de rapprocher ce qui va suivre de ce que nous avons extrait, dans notre cinquième volume, des œuvres de Newton.

Sient

$$x_0, x_0 + h, x_0 + 2h, \dots, x_0 + mh$$

m valeurs de la variable x ,

$$u_0, u_1, u_2, \dots, u_m$$

valeurs correspondantes de la fonction, fournies par l'expérience, et

$$\Delta u_0, \Delta^2 u_0, \dots, \Delta^m u_0$$

Différences des divers ordres de u_0 . On a vu qu'on pourra exprimer l'une quelconque u_p des valeurs u_1, u_2, \dots, u_m au moyen de la formule

$$u_p = u_0 + p \Delta u_0 + \frac{p(p-1)}{1.2} \Delta^2 u_0 \\ + \frac{p(p-1)(p-2)}{1.2.3} \Delta^3 u_0 + \dots,$$

qui s'arrête d'elle-même, après le $(p+1)^{\text{ième}}$ terme, les suivants étant tous en numérateur le facteur $(p-p)$.

On peut considérer le second membre de cette formule, c'est-à-dire l'expression

$$u_0 + p \Delta u_0 + \frac{p(p-1)}{1.2} \Delta^2 u_0 + \dots,$$

comme une fonction de p , et l'on voit que cette fonction, dont le degré est infini, prend les valeurs

$$u_0, u_1, u_2, \dots, u_m$$

pour les valeurs

$$0, 1, 2, \dots, m$$

de la variable p ; mais elle conserverait les mêmes propriétés et on l'arrêterait au terme

$$\frac{p(p-1)\dots(p-m+1)}{1.2\dots m} \Delta^m u_0,$$

puisque les termes suivants n'entrent dans la composition d'aucune des valeurs

$$u_0, u_1, \dots, u_m.$$

La fonction ainsi limitée deviendra un polynôme de degré p ; ce ne sera pas encore le polynôme cherché, puisque les données u_0, u_1, \dots, u_m de la fonction ne correspondront pas aux valeurs, aussi données $x_0, x_0 + h, \dots, x_0 + mh$ de la variable x , mais une simple transformation de variable suffira pour donner la solution définitive de la question : il ne s'agira en effet que de remplacer p par une fonction de x , $p = \varphi(x)$, qui, pour les valeurs

$$x_0, x_0 + h, \dots, x_0 + mh$$

de x , prenne les valeurs

$$0, 1, \dots, m.$$

La recherche de cette fonction $\varphi(x)$ constituerait bien, il est évident, une nouvelle interpolation; mais les variables croissantes x et p , tenant toutes deux en progression arithmétique, on sait d'avance que la formule interpolatrice se réduira au premier degré

$$p = A + Bx;$$

la détermination des coefficients A et B résultera, d'ailleurs, simplement de deux substitutions $p = 0, x = x_0$ et $p = 1, x = x_0 + h$. Ces substitutions donnent pour A et B les conditions

$$0 = A + Bx_0$$

$$1 = A + B(x_0 + h),$$

l'on tire

$$B = \frac{1}{h} \quad \text{et} \quad A = -\frac{x_0}{h}$$

ar suite

$$p = \frac{x - x_0}{h}.$$

si, en remplaçant p par $\frac{x - x_0}{h}$ dans la formule

$$\begin{aligned} u_0 + p \Delta u_0 + \frac{p(p-1)}{1.2} \Delta^2 u_0 + \dots \\ + \frac{p(p-1) \dots (p-m+1)}{1.2 \dots m} \Delta^m u_0, \end{aligned}$$

aura la formule d'interpolation que nous voulions faire connaître, et qui est celle à laquelle conduiraient les longs calculs qués par Newton :

$$\begin{aligned} u_0 + \frac{x - x_0}{h} \Delta u_0 \\ + \frac{(x - x_0)(x - x_0 - h)}{1.2 h^2} \Delta^2 u_0 + \dots \\ + \frac{(x - x_0)(x - x_0 - h) \dots [x - x_0 - (m-1)h]}{1.2 \dots m h^m} \Delta^m u_0. \end{aligned}$$

On arrive plus directement à la formule de Lagrange : dans la formule le polynôme interpolateur se compose de $m+1$ termes dont chacune à son tour prend l'une des valeurs données de la fonction, pour la valeur correspondante donnée de la variable, tandis que toutes les autres s'annulent alors.

Soient

$$x_0, x_1, x_2, \dots, x_m$$

les $m + 1$ valeurs données de la variable, et

$$u_0, u_1, u_2, \dots, u_m$$

les valeurs correspondantes de la fonction : la partie du polynôme interpolateur qui s'annulera pour les valeurs x_1, x_2, \dots de x aura nécessairement la forme

$$A(x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_m),$$

A désignant une constante, puisque l'expression ne doit être du degré m ; d'ailleurs, pour que cette partie se réduise à 0, si $x = x_0$, il suffira que A soit déterminé par la condition

$$u_0 = A(x_0 - x_1)(x_0 - x_2) \dots (x_0 - x_m).$$

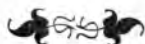
Ainsi cette première partie sera

$$\frac{(x - x_1)(x - x_2) \dots (x - x_m)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2) \dots (x_0 - x_m)} u_0;$$

la seconde sera de même

$$\frac{(x - x_0)(x - x_2) \dots (x - x_m)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2) \dots (x_1 - x_m)} u_1;$$

et toutes les suivantes se formeront d'après la même loi. La somme de tous ces polynômes donnera la formule cher-



TRAVAUX DE MONGE.

es efforts de Monge ont eu pour conséquences d'importants progrès dans trois directions distinctes.

ous avons eu plusieurs fois l'occasion de dire les tentatives avaient déjà été faites pour donner aux architectes, aux médecins, aux ingénieurs des procédés pour représenter les objets relief et pour effectuer les constructions dans l'espace. Monge rassembla ces procédés, les compléta, en régularisa l'application et de leur ensemble une méthode scientifique d'un usage sûr et simple, sous le nom de Géométrie descriptive.

ous avons dû insister précédemment sur l'indétermination considérable qui pèse naturellement sur l'intégrale générale d'une équation aux dérivées partielles : Monge caractérisa définitivement ce genre d'indétermination, pour les équations du premier ordre à trois variables, et fut ainsi amené à la conception d'une classification des surfaces en familles définies par une propriété sur leurs plans tangents.

Enfin Monge, sans songer encore à réaliser les imaginaires en Géométrie, eut la hardiesse de les y considérer, à l'état d'intermédiaires entre les données et les inconnues, également réelles, et à formuler le principe fécond des relations contingentes qui a été le point de départ des belles recherches de Poncelet.

ous allons dire quelques mots de chacune de ces nouveautés.

Géométrie descriptive.

Cette branche de la Géométrie générale ne fait pas, à proprement parler, partie de la Science pure : c'est plutôt un art parti-

culier, d'un grand prix pour les praticiens, mais d'une valeur relativement médiocre en théorie. Le but principal de la Géométrie descriptive est de fournir les moyens de réaliser indirectement, mais d'une manière équivalente, les constructions projetées dans l'espace. Elle supplée au défaut irrémédiable d'un tableau à deux dimensions, par l'association de deux tableaux à deux dimensions. Ces tableaux, formés habituellement de deux plans rectangulaires, reçoivent les projections orthogonales des points de l'espace. Comme le couple des projections d'un point détermine la position de ce point dans l'espace, le mode descriptif de représentation remplit à la fois les deux conditions essentielles de définir l'objet et de ne s'appliquer qu'à lui. Il convient toutefois de remarquer que la Géométrie descriptive manque et manquera nécessairement toujours des moyens de représenter directement les objets par leur nature, forment l'élément essentiel de la Géométrie à trois dimensions, nous voulons dire les surfaces. Les figures descriptives d'une surface, sur les deux plans de projection, n'auraient en effet que des plaques où les contours resteraient distincts. Les surfaces ne peuvent être figurées descriptivement que par les projections de leurs génératrices, prises dans des positions voisines, mais nécessairement séparées par des intervalles finis. Cette considération seule suffira toujours pour faire reconnaître à la Géométrie descriptive les caractères d'une Science indépendante : si on la relie à la Géométrie spéculative, on ne peut que voir qu'un mode de représentation propre à permettre la comparaison des conceptions de l'esprit et, par suite, à faciliter les recherches, en en fixant à mesure les résultats.

Le problème général de la Géométrie descriptive peut être énoncé dans les termes suivants : la figure descriptive d'un objet

étant
des n
l'obje
empl
par s
ner
peuv
voul
et à
aussi
Ce n'
procé
figur
Qu
touj
teurs
créat

Not
aux de
C'est à
genre
Cor
forme

f et j

donnée, lui faire subir les modifications correspondant à modifications définies de l'objet lui-même. Les relations entre et sa figure étant trop peu directes, la plupart des méthodes employées en Géométrie descriptive sont détournées; telle est, par exemple, la méthode des rabattements, qui consiste à ramener dans l'un des plans de projection les figures planes qui ne peuvent être considérées, à effectuer directement les constructions utiles sur ces figures, sans l'intermédiaire de leurs projections, et à obtenir après coup les projections des résultats. Telle est la méthode des rotations, qui s'emploie de la même manière. Ce n'est guère que pour les intersections et les tangentes que les méthodes restent ce qu'ils devraient être partout : opérer sur la figure pour opérer sur le figuré.

Quoi qu'il en soit, la Géométrie descriptive a rendu et rendra toujours les plus grands services aux ingénieurs et aux constructeurs. Elle remplit donc parfaitement les vues de son illustre auteur, Monge.



De l'interprétation d'une équation aux dérivées partielles.

Nous avons déjà dit quelle large indétermination une équation aux dérivées partielles laisse peser sur l'intégrale correspondante. Nous allons maintenant donner à Monge que l'on doit quelques indications précises sur ce qu'on entend par cette indétermination.

Considérons une équation finie entre x , y et z , mise sous la forme

$$\varphi(f, f_1) = 0,$$

f_1 désignant deux fonctions connues de x , de y et de z ; si on

la différentie successivement par rapport à x et ζ d'abord, par rapport à y et ζ ensuite, de manière à introduire les dérivées partielles

$$\frac{d\zeta}{dx} \quad \text{et} \quad \frac{d\zeta}{dy}$$

de ζ par rapport à x et à y , on aura :

$$\frac{d\varphi}{df} \left(\frac{df}{dx} + \frac{df}{d\zeta} \frac{d\zeta}{dx} \right) + \frac{d\varphi}{df_1} \left(\frac{df_1}{dx} + \frac{df_1}{d\zeta} \frac{d\zeta}{dx} \right) = 0$$

et

$$\frac{d\varphi}{df} \left(\frac{df}{dy} + \frac{df}{d\zeta} \frac{d\zeta}{dy} \right) + \frac{d\varphi}{df_1} \left(\frac{df_1}{dy} + \frac{df_1}{d\zeta} \frac{d\zeta}{dy} \right) = 0,$$

d'où l'on déduit, par division,

$$\frac{\frac{df}{dx} + \frac{df}{d\zeta} \frac{d\zeta}{dx}}{\frac{df}{dy} + \frac{df}{d\zeta} \frac{d\zeta}{dy}} = \frac{\frac{df_1}{dx} + \frac{df_1}{d\zeta} \frac{d\zeta}{dx}}{\frac{df_1}{dy} + \frac{df_1}{d\zeta} \frac{d\zeta}{dy}},$$

équation où il ne reste plus trace de la fonction φ .

Cette équation du premier ordre, aux dérivées partielles par rapport à x et à y , admet pour intégrale générale

$$\varphi(f, f_1) = 0.$$

Une équation aux dérivées partielles, du premier ordre, à une fonction de deux variables indépendantes admet donc pour intégrale une relation arbitraire entre deux fonctions déterminées des trois variables.

La question était de savoir si, dans ce cas particulier, l'équation aux dérivées partielles du premier ordre d'une fonction de deux variables indépendantes, l'intégrale générale coïn-

rs en une relation arbitraire entre deux fonctions déterminées des trois variables.

on considère une surface quelconque, rapportée à trois axes coordonnées, et qu'on désigne par p et q les dérivées partielles au rapport à x et à y , en un point (x, y, z) de cette surface, l'équation du plan tangent à la surface en ce point est

$$Z - z = p(X - x) + q(Y - y);$$

et qu'une relation

$$F(x, y, z, p, q) = 0,$$

entre les coordonnées d'un point d'une surface et les dérivées partielles de z par rapport à x et à y , en ce point, est nécessairement la traduction analytique d'une propriété du plan tangent à la surface que représenterait l'équation intégrale.

En outre, une équation

$$\varphi(f, f_1) = 0,$$

entre les fonctions f et f_1 de x, y et z sont liées entre elles par une relation arbitraire, est l'équation la plus générale des surfaces tant pour génératrices les courbes de l'espèce

$$f = \alpha,$$

$$f_1 = \beta;$$

la propriété du plan tangent à la surface représentée par l'équation générale de

$$F(x, y, z, p, q) = 0,$$

est vérifiée par cette équation, dérivait effectivement de ce que les surfaces représentées par cette intégrale générale peu-

vent être engendrées par le mouvement, variable de l'une à l'autre, d'une génératrice commune

$$f = \alpha, \quad f_1 = \beta,$$

il faudrait bien convenir que cette intégrale générale doit être de la forme

$$\varphi(f, f_1) = 0.$$

La question revient donc à savoir si le plan tangent à la surface engendrée par une ligne

$$f = \alpha, \quad f_1 = \beta,$$

assujettie dans son mouvement à une condition

$$\varphi(\alpha, \beta) = 0,$$

jouirait d'une propriété indépendante de la forme de l'équation

Or c'est précisément ce qui résulte de la possibilité d'éliminer la fonction φ entre les deux équations obtenues en dérivant

$$\varphi(f, f_1) = 0$$

successivement par rapport à x et à τ , puis par rapport à y et à τ ; mais on peut le voir plus directement, je veux dire sans être obligé d'introduire la fonction φ pour l'éliminer ensuite, ce qui constitue une mauvaise méthode.

Soient

$$f(x, y, \tau) = \alpha$$

et

$$f_1(x, y, \tau) = \beta$$

les équations d'une ligne mobile suivant une loi arbitraire; les équations de la tangente à cette ligne, en un de ses points (x, y, τ)

$$(X-x)\frac{df}{dx} + (Y-y)\frac{df}{dy} + (Z-z)\frac{df}{dz} = 0$$

$$(X-x)\frac{df_1}{dx} + (Y-y)\frac{df_1}{dy} + (Z-z)\frac{df_1}{dz} = 0;$$

un autre côté, l'équation du plan tangent au même point (x, y, z) à la surface qu'engendre cette ligne est

$$(X-x)p + (Y-y)q - (Z-z) = 0$$

la condition à remplir par p et q est que le plan tangent contienne la tangente, c'est-à-dire que le déterminant des inconnues

$$X-x, \quad Y-y \quad \text{et} \quad Z-z$$

des trois équations simultanées soit nul, ou que

$$\begin{vmatrix} \frac{df}{dx} & \frac{df}{dy} & \frac{df}{dz} \\ \frac{df_1}{dx} & \frac{df_1}{dy} & \frac{df_1}{dz} \\ p & q & -1 \end{vmatrix} = 0,$$

qui est précisément l'équation trouvée plus haut

$$\frac{\frac{df}{dx} + \frac{df}{dz}p}{\frac{df}{dy} + \frac{df}{dz}q} = \frac{\frac{df_1}{dx} + \frac{df_1}{dz}p}{\frac{df_1}{dy} + \frac{df_1}{dz}q}.$$

Ainsi une équation du premier ordre aux dérivées partielles d'une fonction de deux variables indépendantes conviendrait à toutes les surfaces engendrées par une ligne d'une espèce donnée, dont le mouvement continu resterait arbitraire, ou, ce qui revient au

même, par l'intersection de deux surfaces dont les équations tiendraient chacune une constante arbitraire.

Ajoutons que ces prévisions ont le plus souvent suggéré des méthodes d'intégration.

La même analyse s'étend aisément aux équations du premier ordre aux dérivées partielles des fonctions de plus de deux variables indépendantes, mais elle devait d'abord être fondée sur le rapport aux fonctions de deux variables seulement, qui peuvent porter une représentation géométrique.

Désignons d'une manière générale, sous le nom de champ d'une équation à n variables, l'ensemble des solutions qui satisfont cette équation et considérons $(n - 1)$ équations

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= \alpha_1, \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= \alpha_2, \\ &\dots\dots\dots \\ f_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_n) &= \alpha_{n-1} \end{aligned}$$

à n variables $x_1 \dots x_n$, contenant chacune une constante arbitraire; supposons que ces n constantes arbitraires, varient d'une manière quelconque et qu'on considère à chaque instant le champ commun comprenant l'ensemble des solutions de ces $n - 1$ équations; appelons d'ailleurs d'une manière générale *champ tangent* le champ

$$F(x_1, x_2, \dots, x_p) = 0$$

le champ

$$(X_1 - x_1) \frac{dF}{dx_1} + (X_2 - x_2) \frac{dF}{dx_2} + \dots + (X_p - x_p) \frac{dF}{dx_p} = 0$$

le champ commun aux champs tangents aux champs

$$f_1 = \alpha_1, \quad f_2 = \alpha_2, \quad \dots, \quad f_{n-1} = \alpha_{n-1}$$

terminé par les équations

$$(X_1 - x_1) \frac{df_1}{dx_1} + (X_2 - x_2) \frac{df_1}{dx_2} + \dots = 0,$$

$$(X_1 - x_1) \frac{df_2}{dx_1} + \dots = 0,$$

.....

$$(X_1 - x_1) \frac{df_{n-1}}{dx_1} + \dots = 0.$$

autre côté le champ tangent au champ engendré par le
ment du champ commun aux champs

$$f_1 = \alpha_1, \quad f_2 = \alpha_2, \quad \dots, \quad f_{n-1} = \alpha_{n-1}$$

présenté par

$$X_1 - x_1) p_1 + (X_2 - x_2) p_2 + \dots \\ + (X_{n-1} - x_{n-1}) p_{n-1} - (X_n - x_n) = 0$$

\dots, p_{n-1} désignant les dérivées partielles de x_n par rapport
 x_2, \dots, x_{n-1} ; et si l'on veut exprimer que ce champ tangent
nt le champ commun aux champs tangents aux champs

$$f_1 = \alpha_1 \dots f_{n-1} = \alpha_{n-1}$$

à la condition

$$\left\{ \begin{array}{ccccccc} \frac{df_1}{dx_1} & \frac{df_1}{dx_2} & \dots & \dots & \frac{df_1}{dx_{n-1}} & \frac{df_1}{dx_n} \\ \frac{df_2}{dx_1} & \frac{df_2}{dx_2} & \dots & \dots & \dots & \frac{df_2}{dx_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{df_{n-1}}{dx_1} & \frac{df_{n-1}}{dx_2} & \dots & \dots & \frac{df_{n-1}}{dx_{n-1}} & \frac{df_{n-1}}{dx_n} \\ p_1 & p_2 & \dots & p_{n-1} & -1 & \end{array} \right\} = 0$$

$f_1 = \alpha_1 \quad f_2 = \alpha_2 \quad \dots \quad f_{n-1} = \alpha_{n-1},$
de quelque manière que varient $\alpha_1 \dots \alpha_{n-1}.$



Principe des relations contingentes.

La question que se pose Monge est celle-ci : Est-ce dans l'établissement d'un théorème de Géométrie, préoccuper de savoir si quelques grandeurs, qu'on prend utile de prendre comme intermédiaires entre les données et les inconnues, restent réelles dans tous les états de la figure ?

Monge résout la question affirmativement et érige en méthode à suivre toutes les fois qu'elle procure quelque avantage.

Nous ne saurions mieux faire, pour rendre compte de Monge à cet égard, que de rapporter ici l'appréciation faite par M. Chasles : « Pour définir cette méthode, qu'elle consiste à considérer la figure sur laquelle on étend quelque propriété, dans des circonstances de généralité où la présence de certains points de la figure est nécessaire pour la démonstration. »

si, pour démontrer que, quand des cônes circonscrits à une surface du second degré ont leurs sommets en ligne droite, les plans de leurs courbes de contact passent tous par une même droite, Monge suppose que, par la droite lieu des sommets des cônes, on peut mener deux plans tangents à la surface; les courbes de contact des cônes passeront alors toutes par les deux points de contact de ces plans tangents, leurs plans passeront donc tous par la droite qui joindra ces deux points. Le théorème est ainsi démontré pour la disposition supposée de la figure, et Monge conclut que cette démonstration s'étend au cas où l'on ne pourra pas mener de plans tangents à la surface par la droite lieu des sommets des cônes, c'est-à-dire que le théorème a lieu pour toute disposition possible de cette droite. Cette méthode est fondée sur la remarque qu'une figure peut présenter, dans sa construction la plus générale, deux cas différents : dans le premier, certaines parties, d'où ne dépend pas nécessairement la construction générale de la figure, mais qui en sont des conséquences continues ou accidentelles, sont réelles et palpables; dans le second, les mêmes parties n'apparaissent plus, elles sont devenues imaginaires, et cependant les conditions générales de construction de la figure sont restées les mêmes. »

Il est facile de donner du principe de Monge une démonstration absolument rigoureuse : à tout théorème de Géométrie, relatif à une figure considérée d'une manière générale, correspond une équation algébrique qui servirait à établir ce théorème, c'est-à-dire une équation qui serait satisfaite dans tous les cas, continus entre eux, où la figure serait réalisable dans toutes les parties qui y ont été jointes pour les besoins de la démonstration. Or, la démonstration faite pour les cas où elle est possible, par les moyens em-

ployés, établit pour ces cas la justesse de cette équation, sans qu'il ait besoin de l'avoir formulée; mais une équation satisfaisant à un intervalle si restreint qu'il soit, où les variables peuvent prendre une infinité de valeurs continues entre elles, est une identité absolue; l'égalité subsiste donc encore dans les cas où les variables auxiliaires employées dans la démonstration deviennent imaginaires; et ainsi tant que toutes les grandeurs dont l'énoncé fait mention restent réelles, le théorème reste vrai, quoiqu'il ait pu advenir des autres grandeurs.

« Cette méthode, dit M. Chasles, a été suivie par la plupart des disciples de Monge, mais toujours tacitement, comme Monge l'avait fait lui-même, et sans chercher à justifier cette manière de raisonner. »

Nous croyons que Monge s'en rendait compte, et par conséquent son raisonnement analogue à celui que nous venons de faire. La démonstration que propose M. Chasles est loin d'être aussi satisfaisante; la voici :

« Nous croyons qu'on pourra, dans chaque cas particulier, justifier à *posteriori* la méthode en question par un raisonnement fondé sur les procédés généraux de l'analyse. Il suffit de remarquer que les deux circonstances générales de construction d'une figure, dont nous avons parlé, et dont la distinction est importante, parce qu'elles nous paraissent être la véritable origine de la question qui nous occupe, n'entrent jamais en considération dans l'application de l'analyse finie à la Géométrie. Les résultats obtenus par cette méthode s'appliquent, dans toute leur étendue, à ces deux circonstances générales de construction. Ces résultats sont des théorèmes concernant les parties *intégrantes* et *permanentes* de la figure, celles qui appartiennent à la construction

ale, et qui sont toujours réelles dans les deux cas; théo-
rèmes tout à fait indépendants des parties *secondaires* ou *con-*
jointes et *accidentelles* de la figure, qui peuvent être indiffé-
rentes réelles ou imaginaires, sans changer les conditions
générales de construction de la figure. Donc, quand ces résultats
généraux sont démontrés, n'importe comment, sur l'une des
figures, on peut conclure qu'ils ont également lieu dans
toute figure. »

Le principe de Monge nous paraît très net et très précis, nous
nous bornerons à le caractériser en disant qu'il ne se rapporte
qu'à un usage, en quelque sorte virtuel, des imaginaires
en géométrie.



Progrès de l'Arithmétique.

Lagrange démontre que toute irrationnelle du second degré,
mise en fraction continue, donne un quotient périodique. Il
donne une méthode générale pour résoudre les équations indé-
terminées du second degré et énonce un grand nombre de théo-
rèmes relatifs aux nombres premiers.



Progrès de l'Algèbre.

Lagrange conçoit d'une manière générale la transformation
d'une équation algébrique en une autre dont les racines aient
une relation donnée avec quelques racines de l'équation proposée.
Il ramène le problème de l'abaissement d'une équation à celui de

Le premier effet de la prise
de la pilule est l'arrêt de l'ovulation.
Cela empêche la fécondation et donc la grossesse.
Même si l'ovule est présent, il ne peut pas être fécondé.
C'est pourquoi la pilule est considérée comme une méthode
de contraception très efficace.
Cependant, elle ne protège pas contre les infections
sexuellement transmissibles.

Progrès de la Géométrie.

ge fonde la Géométrie descriptive et imagine les familles de s caractérisées par une propriété commune de leurs plans ts; il introduit accessoirement la considération des imagi- en Géométrie.



Progrès de la Mécanique.

ut construit les puissantes machines fixes dites de Cor- ales. Lagrange démontre le théorème des vitesses virtuelles, comprend toutes les équations d'équilibre des systèmes, et ait par là les moyens de mettre en œuvre le principe de ambert; il applique sa méthode des variations à la théorie de libre des fils et des surfaces flexibles; il traite de nouveau la ion du mouvement des cordes vibrantes et celle de la propa- n du son.



Progrès de l'Astronomie.

erschel découvre Uranus et ses six satellites, ainsi que deux veaux satellites de Saturne; il observe un grand nombre de aleuses et les classe en résolubles et non résolubles; il constate s les nébuleuses résolubles les mouvements relatifs des les qui les composent; il fixe les durées des révolutions de Mars e Jupiter autour des lignes de leurs pôles et mesure les incli- sons de leurs équateurs sur les plans de leurs orbites. Piazz i ouvre la première des planètes comprises entre Mars et Jupiter. lambre et Méchain déterminent la base du système métrique.



Progrès de la Physique.

Galvani découvre l'élément de la pile. Herschel reconnaît le spectre solaire l'existence des rayons *infra-rouges*. Les Montgolfier inventent les aérostats. Saussure fonde la météorologie. Volta invente la pile électrique. Breguet invente le momètre métallique.

*Progrès de la Chimie.*

Guyton Morveau fonde la nomenclature chimique d'après les idées de Lavoisier. Wenzel établit définitivement la loi des proportions définies. Lavoisier établit la théorie de la combustion et de la respiration ; il classe les composés binaires en acides et soupçonne la composition des bases terreuses. Schéele découvre le chlore. Berthollet fonde la théorie des affinités chimiques.

*Progrès de la Géologie.*

Pallas observe la disposition relative des masses granitiques, schisteuses et calcaires, dans une même chaîne de montagnes.

*Progrès de la Minéralogie.*

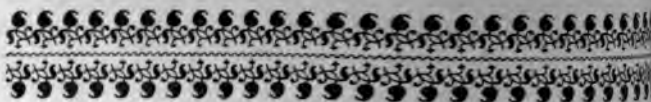
Haüy fonde la Minéralogie sur l'étude des formes cristallines.



Progrès de la Physiologie.

allas découvre et observe un grand nombre de zoophytes dont
rme une classe intermédiaire entre les animaux et les plantes.
rent de Jussieu fonde sa méthode naturelle de classification
végétaux. Lamarck émet, relativement aux analogies que
sentent dans leur constitution toutes les espèces d'êtres
nés, des idées prématurées, mais qui ne seront pas perdues.
el inaugure l'étude scientifique des maladies mentales.
ner imagine la vaccine.





BIOGRAPHIE
DES
SAVANTS DE LA TREIZIÈME PÉRIODE
ET
ANALYSE DE LEURS TRAVAUX.

LAGRANGE (LOUIS-JOSEPH).

(Né à Turin en 1736, mort à Paris en 1812.)

Il descendait d'une famille de Touraine, alliée à celle de Descartes. Son bisaïeul, capitaine de cavalerie au service de France, avait passé à celui d'Emmanuel II, roi de Sardaigne, et s'était fixé à Turin, après s'y être marié. Son père, qui avait joui d'une assez grande fortune, s'était ruiné dans des entreprises hasardeuses. Lagrange considérait ce malheur comme l'origine de tout ce qui lui était ensuite arrivé d'heureux. « J'avais eu de la fortune, disait-il, je n'aurais probablement fait mon état des Mathématiques; et dans quelle carrière aurais-je trouvé les mêmes avantages? »

Il s'était d'abord montré admirateur enthousiaste de la Géométrie des anciens, et, chose singulière, il fut converti par la lecture d'un mémoire que Halley, qui est cependant resté célèbre

à ce
de l'
N
Tu
qu
de
so
art
des
vol
le C
diff
me
fon
l'A
anr
iso
suj
tent
tion.
de v
nerai
suite
la gl
mém
nom
éton
temp
moir



Le Géométrie, avait composé pour démontrer la supériorité de l'analyse.

Commé, à dix-neuf ans, professeur à l'École d'artillerie de Turin, il se fit des amis de ses élèves, qui étaient tous plus âgés que lui, réunit les plus distingués, et fonda, avec eux l'Académie de Turin, qui publia, en 1759, le premier volume de son recueil, sous le titre d'*Actes de la Société privée*. Outre différents articles de Lagrange sur la théorie des suites récurrentes, le Calcul des probabilités, les théories du son et des cordes vibrantes, ce recueil contenait l'exposition de la méthode qui a formé depuis le Calcul des variations, et des applications de cette méthode à divers problèmes de Dynamique. Euler sentit aussitôt l'importance méritée de ces nouvelles méthodes, il en fit l'objet de profondes méditations, et s'empressa de faire associer Lagrange à l'Académie de Berlin. Il lui écrivait, le 2 octobre 1759, en lui annonçant sa nomination : « Votre solution du problème des périmètres ne laisse rien à désirer, et je me réjouis que ce travail, dont je m'étais presque seul occupé, depuis les premières tentatives, ait été porté par vous au plus haut degré de perfection. L'importance de la matière m'a excité à en tracer, à l'aide de vos lumières, une solution analytique à laquelle je ne donnai aucune publicité jusqu'à ce que vous-même ayez publié la suite de vos recherches, pour ne vous enlever, aucune partie de la gloire qui vous est due. » Quelque temps après, dans le discours préliminaire où il expose la théorie de ce nouveau calcul, qu'il a nommé Calcul des variations, Euler disait : « Quel a été mon bonheur d'apprendre que le problème qui m'avait si longtemps et inutilement occupé se trouvait résolu, dans les *Mémoires de Turin*, avec autant de facilité que de bonheur ! Cette

en jeu. La
problème.
de plaisir
du prix q
dans cet
résoudre
noms a
cours la
de la Te
trois cor
résolu; l
Soleil, J
bien plu
vingt-qu
encore
détermi
mais il
être dér
Vers
rèmes c
tion co
nombre
Cepen
savant
était i
l'avai
venit
par c
D

ange résolut admirablement toutes les difficultés du problème. Aussi d'Alembert lui écrivit-il : « J'ai lu avec autant de fruit votre belle pièce sur la libration, si digne de l'Académie, que le a remporté. » Le beau succès obtenu par Lagrange à l'occasion inspira à l'Académie l'espoir de lui voir poser une question plus difficile encore et à laquelle les astronomes attachent un intérêt au moins aussi vif : elle mit au concours la question des satellites de Jupiter. Le problème du Soleil, de la Lune et de la libration est ce qu'on a appelé le problème des trois corps. Euler, Clairaut et d'Alembert l'avaient à peu près résolu, mais la question que l'on proposait concernait six corps : le Soleil et ses quatre satellites; les difficultés en étaient considérables et elles n'ont été entièrement levées que dix ans après, par Laplace; mais Lagrange, qui obtint le premier prix, avança beaucoup la solution. Non seulement il trouva la cause des inégalités observées par les astronomes, mais il indiqua quelques autres, trop faibles pour avoir pu être remarquées par les observations.

En 1766, à cette époque, en attaquant les fameux théorèmes de Clairaut, Lagrange découvrait le principe d'une solution de l'équation du second degré à deux variables, en posant les bases de la mécanique céleste.

Pendant son séjour de Turin commençait à peser au jeune homme l'isolement où il se trouvait dans une sphère assez active; il commençait à désirer de voir les géomètres avec lesquels ses travaux devaient être en correspondance. Il saisit une occasion pour laquelle il se rendit à Paris, où il fut reçu comme il avait droit de s'y attendre, par l'Académie, Clairaut, Condorcet, Nollet et l'abbé Marie.

À Turin, il y avait repris le cours de ses travaux

lorsqu'il apprit qu'Euler allait quitter la cour du roi de Prusse pour retourner à Saint-Petersbourg, et laisser vacante la place de président de l'Académie de Berlin. D'Alembert, qui avait une fois refusé ce poste, lors de la mort de Maupertuis, craignait que son royal ami ne revînt à la charge et il s'empressa de proposer Lagrange. Euler entra dans les vues de d'Alembert. Frédéric ratifia le choix de ses deux illustres conseillers; il donna à Lagrange un traitement de 6,000 francs. Lagrange prit possession de ses fonctions le 6 novembre 1766; il les exerça jusqu'en 1787.

Durant cette période, il a enrichi d'une foule de mémoires le recueil de l'Académie de Berlin. Les principaux ont rapporté à l'intégration des équations aux différentielles partielles; au problème de Képler; à la résolution des équations numériques; à la question qu'il a reprise depuis en France; à la méthode des dérivées, qu'il devait plus tard opposer à la fois au Calcul différentiel et au Calcul des fluxions; au problème de la rotation d'un corps de figure quelconque; à la théorie des nombres; au Calcul des probabilités; à l'attraction des sphéroïdes elliptiques, enfin à différentes questions d'Astronomie pratique.

Mais un travail plus considérable et digne en tout point de la génie, selon Delambre, est celui dans lequel il a calculé les perturbations successives qui s'opèrent dans les dimensions et les positions des orbites planétaires. Tous les géomètres, depuis Newton s'étaient occupés de ce problème; leurs formules différentielles appliquées successivement à chaque planète, pouvaient, jusqu'à un certain point et pendant un certain temps, satisfaire aux besoins de l'Astronomie; mais après quelque intervalle, elles trouvaient en défaut, et les calculs étaient à recommencer sur

elles données. Lagrange considéra la question sous un point de vue qui l'embrasse tout entière et en permet la solution la plus complète. Au lieu de combiner les orbites deux à deux, comme ses prédécesseurs, il les considéra toutes ensemble et parvint à donner à l'équation du problème une forme intégrale. La solution de Lagrange suppose, il est vrai, une connaissance exacte qu'on ne l'a encore des masses des planètes qui n'ont point de satellites, mais ses formules mêmes pourront servir plus tard à la détermination plus rigoureuse de ces masses.

Lagrange avait entièrement composé à Berlin sa *Mécanique analytique*, le plus considérable de ses ouvrages; mais il désirait qu'elle fût imprimée à Paris. Ce fut l'abbé Marie qui se chargea de trouver un éditeur. Legendre se chargea de la revision des épreuves. Au reste, Lagrange vint se fixer à Paris avant l'achèvement de l'impression.

La mort de Frédéric avait amené de grands changements en Prusse; les savants n'y trouvaient plus la même considération, et Lagrange, qui avait déjà eu, dans l'origine, beaucoup de peine à faire pardonner sa qualité d'étranger, éprouva de la part du ministre Hertzberg quelques froissements directs. L'abbé Marie se mit à M. de Breteuil d'appeler Lagrange en France, et Louis XVI s'empressa d'accéder à la demande de son ministre. Le nouveau roi de Prusse fit quelques semblants de difficultés, mais Lagrange obtint aisément son congé. Il était depuis quinze ans associé étranger de l'Académie des Sciences; pour lui donner le droit de suffrage, on changea son titre en celui de pensionnaire étranger.

La Révolution ne l'atteignit pas directement. Il avait été

nommé président de la Commission chargée de l'établissement du nouveau système de poids et mesures, et sa position ne fut jamais menacée; le paiement de sa pension lui avait été assuré par un décret spécial de la Constituante, et on l'avait même nommé l'un des administrateurs de la Monnaie. Enfin, un décret du Comité de Salut public l'avait dispensé d'obéir au décret de la Convention qui bannissait tous les étrangers. Mais la mort de Bailly et celle surtout de Lavoisier l'avaient vivement affecté; il songeait à accepter les offres nouvelles que la Prusse lui avait fait faire, lorsque la création de l'École Normale et de l'École Polytechnique vint mettre fin à ses hésitations.

Le Piémont ayant été réuni à la France, un commissaire extraordinaire de la République fut envoyé à son père, alors âgé de quatre-vingt-dix ans, pour le complimenter au nom du Directoire.

Sous l'empire, il fut nommé sénateur, grand officier de la Légion d'honneur, comte et grand-croix de l'ordre de la Réunion. Aussitôt après sa mort, ses restes furent déposés au Panthéon. Son éloge fut prononcé par Laplace et Lacépède, au nom du Sénat et de l'Institut.

Lagrange s'était marié deux fois, la première, à Berlin, avec une fille de ses parentes, la seconde, à Paris, avec la fille de Lemoine, membre de l'Académie des Sciences. Il n'eut d'enfants ni de son premier ni de son second mariage.

Lagrange a imprimé les traces de son génie à toutes les branches des Mathématiques, depuis la Trigonométrie sphérique jusqu'à la Mécanique céleste. Il donna la forme analytique qu'elle a conservée, et qu'il enrichit de théorèmes nouveaux, jusqu'à la Mécanique céleste.

ce qu'elle a de plus élevé. Avant d'indiquer les découvertes, la Science lui est redevable, nous noterons les réformes qu'il introduites dans la méthode. C'est à lui principalement qu'est due la substitution dans l'enseignement de la méthode analytique à la méthode synthétique. Avant lui, toute théorie s'établissait par la superposition de théorèmes, résultant chacun d'une combinaison d'autres théorèmes précédemment établis, dont l'ordre, arbitrairement combiné par le maître, ne pouvait être justifié devant l'élève, puisqu'il aurait fallu, pour qu'il en comprît le motif, qu'il pût apprécier le but qu'il s'agissait d'atteindre. Lagrange, qui ne se contente pas de la théorie qu'il veut exposer, prend toujours pour point de départ la relation la plus générale parmi toutes celles que cette théorie peut comprendre, et c'est de cette relation générale, naturellement indéfinie, que découlent par éliminations, restrictions, par spécialisations, toutes les relations précises qui constituent les théorèmes proprement dits. Cette méthode a le double mérite d'épargner à l'élève les difficultés les plus rebutantes et, en même temps de respecter son indépendance. Elle exige, il est vrai, de la part du maître, plus de talent; mais le succès des démonstrations de Lagrange à l'École normale et à l'École Polytechnique est resté dans la mémoire de tous, et a engagé ses successeurs à renoncer aux formes commodes mais barbares de l'enseignement magistral. C'est encore de Lagrange que date l'usage d'exposer les méthodes, de les discuter, de les comparer, d'en faire, en un mot, un objet d'enseignement. C'est aussi lui qui a eu le mérite de montrer les avantages que procurent de bonnes notations, le soin de donner aux équations une certaine symétrie, etc.

Un des premiers travaux de Lagrange a eu pour objet la réso-

lution algébrique des équations de degrés supérieurs. Le problème, considéré dans toute son étendue, est insoluble; mais il y a une exceptionnellement se résoudre par abaissement. C'est ce cas de solution que Lagrange s'attacha à développer. Pour y parvenir, il créa la méthode des transformations composées, au moyen de laquelle on forme une équation dont les racines aient pour deux, trois, etc., racines de la proposée, une relation déterminée.

Les cas de possibilité d'une résolution algébrique étant heureusement fort rares, il était à souhaiter au moins qu'on en eût en possession d'une méthode sûre pour parvenir dans tous les autres à une résolution arithmétique telle que l'on pût passer à l'approximation aussi loin qu'on le voudrait. La question se posait d'abord de pouvoir juger exactement du nombre des racines réelles, et ensuite de parvenir à les séparer. Lagrange résolut par le même coup les deux questions en les ramenant à déterminer la limite inférieure de la différence entre deux racines consécutives, limite que pouvait faire connaître l'équation aux carrés des différences des racines de la proposée.

La considération de cette équation aux carrés des différences fournit la première méthode qu'on ait connue pour exprimer, sous forme littérale, les conditions de réalité des racines d'une équation de degré quelconque. A la vérité, le nombre de conditions fournies par cette méthode est $\frac{m(m-1)}{2}$ pour une équation de degré m , tandis qu'il doit se réduire à $\frac{m}{2}$ ou à $\frac{m-1}{2}$ suivant que m est pair ou impair; mais le premier pas dans cette nouvelle voie se trouvait fait.

Signalons encore la méthode d'approximations successives

l'expression des racines sous forme de fractions continues, méthode qui a l'avantage d'exiger le minimum de calculs pour une approximation définie, joignait encore celui de conduire quelquefois à la résolution exacte dans le cas où la périodicité se manifestait. Euler et Laplace ont poussé la résolution algébrique des équations binômes jusqu'au onzième degré; Lagrange montra que toutes pouvaient se résoudre par radicaux.

Le calcul des différences finies a été enrichi par Lagrange de la formule d'interpolation qui porte son nom et qui fournit un polynôme de moindre degré admettant m valeurs données et m valeurs données de la variable.

Géométrie analytique lui doit la forme simple et lumineuse qu'elle a reçue la théorie des contacts des divers ordres entre deux surfaces.

La *Théorie des fonctions analytiques* n'est autre chose qu'une exposition sous une forme nouvelle du Calcul différentiel et intégral et du Calcul des fluxions.

Comme nous avons déjà dit que la méthode de Lagrange, en chaque branche de recherches, consiste toujours à prendre pour base de la théorie qu'il a en vue, un principe assez général pour la commander tout entière, de façon à n'avoir plus qu'à tirer ensuite les conséquences de ce principe.

Lagrange, conformément à cette méthode, prend pour point de départ, dans ce *Traité*, le théorème relatif à la possibilité de développer toute fonction en série par la formule de Taylor; mais que ce théorème formait, au contraire, dans l'enseignement de l'époque, la conclusion générale du Calcul différentiel.

Cette même méthode est encore plus apparente dans la *Mécanique analytique* que dans la *Théorie des fonctions analytiques*.

Ici les deux bases de l'édifice sont le principe de d'Alembert, on pouvait plus ou moins aisément faire application à tous les cas, et le théorème des vitesses virtuelles qui fournit précisément la méthode à suivre dans toutes les circonstances, pour appliquer le principe de d'Alembert.

Le théorème des vitesses virtuelles, dont Lagrange a donné le premier énoncé général et la démonstration complète, consiste en ce que toutes les conditions d'équilibre d'un système matériel sont comprises dans cette condition que la somme des produits de toutes les forces appliquées au système, multipliées respectivement par les déplacements de leurs points d'application, estimés dans les directions des forces correspondantes, soit nul quel que soit l'ensemble de ces déplacements, pourvu qu'il soit compatible avec les liaisons du système.

Ce théorème, entendu dans le sens que lui donnait Lagrange, c'est-à-dire dans l'hypothèse des liaisons fictives que considérait l'ancienne Mécanique, fournissait immédiatement, avec l'application du principe de d'Alembert, la mise en équations de tout problème de Dynamique imaginable. En effet, pour formuler les équations, il suffisait d'égaliser à zéro la somme des produits virtuels des forces données, appliquées au système, et des forces égales et contraires à celles qui mouvraient séparément tous les points de ce système comme ils se mouvaient effectivement.

L'équation ainsi formulée contiendrait autant d'équations distinctes qu'il pourrait exister pour l'ensemble des points matériels composant le système matériel considéré, de modes de déplacements virtuels, compatibles avec ses liaisons.

Mais si on lui laissait sa forme générale, sous laquelle elle comprendrait les variations virtuelles des trois coordonnées

un des points du système matériel et qu'on en éliminât, au lieu des conditions exprimant les liaisons, les variations non arbitraires, comme elle devrait être satisfaite quelles que fussent les variations restantes, elle se traduirait en définitive par les équations à zéro des coefficients de ces dernières variations, et les équations, en nombre égal au nombre des coordonnées des points composant le système, diminué du nombre des conditions de liaisons, combinées avec les équations traduisant ces liaisons, détermineraient en fonction du temps les coordonnées de tous les points du système.

Lagrange a aussi fait faire des progrès notables au *Calcul des probabilités*, ainsi qu'à la *Théorie des nombres*.

Delambre, qui a écrit son éloge, fait ressortir avec éclat la utilité de celles de ses découvertes que nous venons de mentionner et des méthodes par lesquelles il y est parvenu; mais il ne fait pas des réserves formelles au sujet des procédés de calcul et des formules dont Lagrange proposait l'emploi aux astronomes.

Si, dit-il, on lui voit le plus souvent faire d'heureux efforts pour généraliser une solution, pour épuiser un sujet, quelquefois aussi on le voit se créer des difficultés où il n'en existait aucune, et appliquer ses méthodes adroites et savantes à la solution de problèmes élémentaires qui n'exigeaient qu'une instruction du genre le plus simple.

C'est ainsi qu'à l'occasion du dernier passage de Vénus, il a traité analytiquement les courbes d'entrée et de sortie pour les différents pays de la Terre. Mais pour parvenir à la solution si facile et médiocrement exacte donnée par Delisle et Lalande, il a été obligé d'employer successivement des ressources détournées, des remarques pleines de finesse, de faire subir à ses coor-

données nombre de transformations, tandis que par un calcul trigonométrique de quelques lignes, on arrive à une formule plus complète où se trouvent des termes négligés par Laplace et qui, bien que fort petits, ne sont pas absolument insignifiants. Avouons pourtant qu'il sait tirer de sa formule, pour calculer la parallaxe du Soleil, un parti très avantageux, que n'ont aperçu ni Delisle, ni Lalande, mais qui découle avec beaucoup de facilité du calcul trigonométrique.

« Il fit depuis une tentative semblable pour le problème des éclipses; il trouvait que les méthodes quelquefois proposées par Dusséjour n'avaient ni la simplicité, ni la facilité qu'on a droit d'attendre de l'état actuel de l'analyse. Il développe dans son travail toutes ses ressources et toute son adresse; la lecture de son Mémoire est singulièrement attachante pour un astronome qui n'a encore aucune idée de ces méthodes. Je n'ai point oublié l'effet qu'il produisit sur moi, il y a près de trente ans; je me rappelle encore avec quels éloges, quelques années après, M. Oriani me parlait de ce travail; mais, quoique l'auteur se soit efforcé d'en faciliter la partie pratique, à l'aide de tables nombreuses, on ne voit pas que les Astronomes aient adopté la méthode qui, commençant par les formules les plus directes et les plus rigoureuses et les plus propres, en apparence, à se terminer dans tous les cas, se termine cependant en une formule approchée et, qui plus est, indirecte.

« Un autre essai du même genre n'a pas été plus heureux; parce que le succès était impossible, le problème étant trop simple : il s'agissait de trouver la différence entre les longitudes héliocentrique et géocentrique d'une planète supérieure. L'auteur y parvient par des artifices assez remarquables, mais

tion est fort incommode, malgré l'élégance de la formule. Parmi ces jeux de son génie, qui cherchait des difficultés pour mieux montrer sa force, se rangerait encore le Mémoire où il indique les moyens de construire les Tables astronomiques, dresse une suite d'observations, et sans connaître la loi des mouvements célestes....

Les Géomètres liront avec plaisir les *Recherches analytiques* sur le problème des projections, qui n'avait jamais été traité de manière si générale et si complète; les Astronomes et les Géographes n'y trouveront de praticable que ce qu'ils avaient appris d'avance par des méthodes plus élémentaires. Si ces derniers Mémoires n'offrent pas de résultats véritablement utiles, du moins qu'ils fournissent une lecture attachante, ils nous donnent encore cet avis qui peut avoir des applications fréquentes : c'est que les questions aisées ne doivent être traitées que par des moyens également faciles; qu'il faut réserver l'analyse savante pour les questions qui exigent ces grands moyens, et qu'il ne doit pas ressembler à ce personnage de la Fable, qui, pour se livrer d'une puce, voulait emprunter à Jupiter sa foudre, ou à Hercule sa massue. »

C'est en 1787 que Lagrange vint à Paris siéger à l'Académie des Sciences.

Il avouait lui-même que « son enthousiasme était éteint, qu'il avait perdu le goût des recherches mathématiques. » La Métaphysique, l'Histoire de l'esprit humain, celle des différentes religions, la Théorie générale des langues, la Médecine, la Botanique, dit Delambre, se partageaient ses loisirs. Il était surtout curieux de Chimie, qui, disait-il, *était devenue aisée comme l'Algèbre.*

« C'est dans ce repos philosophique qu'il vécut jusqu'à la Révolution, sans rien ajouter à ses découvertes mathématiques. »

La Convention l'avait comblé de places, mais les persécutions exercées contre quelques membres de l'Académie et surtout le supplice de Lavoisier l'avaient entièrement découragé.

« Il ne leur a fallu, disait-il, qu'un moment pour faire tomber cette tête, et cent années, peut-être, ne suffiront pas à en reproduire une semblable. »

Il songeait à quitter la France, ce fut la création de l'École Polytechnique qui le retint. C'est pour les élèves de cette École qu'il composa ses *Fonctions analytiques* et publia son *Traité de la Résolution des équations numériques*.

Il mourut le 10 avril 1813 à 10 heures du matin. Il avait longtemps entretenu l'avant-veille avec Lacépède, Monge et Chaptal. Ses derniers mots furent : « J'ai fourni ma carrière, j'ai acquis quelque célébrité dans les Mathématiques. Je n'ai fait de mal à personne, je n'ai point fait de mal et il faut bien finir. »

Les œuvres complètes de Lagrange ont été récemment publiées par M. Gauthier-Villars; elles forment déjà douze volumes, de 700 pages chacun environ. Cette magnifique édition, faite sous les auspices du Ministre de l'Instruction publique et avec le concours de plusieurs membres de l'Académie des Sciences, se trouve dans la plupart des Bibliothèques publiques; nous pouvons donc supposer que tous les savants qui auraient besoin de connaître un des ouvrages de Lagrange se le procureront aisément. En conséquence nous nous bornerons à indiquer, par volume

titres de ces ouvrages, en y joignant seulement les lumineuses analyses qu'en donne lui-même l'illustre auteur, et quelques autres remarques, lorsque nous le croirons utile.

TOME I.

I. — *Recherches sur la Méthode de Maximis et Minimis.*
(Miscellanea Taurinensia, 1759.)

La question que traite Lagrange dans ce mémoire est celle des maximums et minimums des fonctions de plusieurs variables; ce n'avait pas été résolue avant lui d'une manière générale. L'auteur indique deux méthodes, dont la première a passé dans le cours, et dont la seconde consiste à déterminer l'une des variables, en fonction des autres, par la condition de maximum ou de minimum, à la remplacer par la valeur trouvée dans la fonction proposée; à opérer de même sur une seconde variable ainsi jusqu'à la dernière.

Le Mémoire se termine par la solution du problème suivant : qu'on imagine n corps parfaitement élastiques et rangés en ligne droite, sans se toucher : si l'on suppose que le premier a une certaine vitesse, dans la direction de la droite, tous les autres seront successivement mis en mouvement, à la suite des chocs qui se produiront, et la vitesse du dernier dépendra de la vitesse du premier et des masses individuelles de tous; cela posé, les masses du premier et du dernier étant données, on demande ce que doivent être les masses des intermédiaires pour que la vitesse du dernier soit maximum. »

II. — *Sur l'intégration d'une équation différentielle à diffé-*

rences finies, qui contient la théorie des séries récurrentes (Miscellanea Taurinensia, 1759.)

Cette équation est

$$dy + My = N$$

où M et N désignent des fonctions de x , et dy (que nous désignons aujourd'hui Δy) un accroissement fini de y , correspondant à un accroissement convenu pour x .

Lagrange intègre cette équation en imitant le procédé qu'il emploie pour traiter l'équation différentielle linéaire

$$dy + yX dx = Z dx.$$

Il étend, ensuite la méthode à une équation d'ordre quelconque

$$y + A dy + B d^2 y + \dots = X$$

où A, B, ... sont des constantes et X une fonction donnée de x . En imitant, pour cela, le procédé de d'Alembert pour l'intégration des équations différentielles linéaires à coefficients constants.

« Voilà donc, dit-il, la théorie des suites récurrentes réduite au Calcul différentiel et établie de cette façon sur des principes directs et naturels.... De plus, les recherches qu'on a faites sur cette matière avaient toujours été bornées au cas de $X = 0$...

III. — *Recherches sur la nature et la propagation du son* (Miscellanea Taurinensia, 1759.)

IV. — *Nouvelles recherches sur la nature et la propagation du son*. (Miscellanea Taurinensia, 1760-1761.)

V. — *Addition aux premières recherches sur la nature*

propagation du son. (Miscellanea Taurinensia, 1760-1761.)

Quoique la Science du Calcul, dit Lagrange, ait été portée dans ces derniers temps au plus haut degré de perfection, il ne paraît pas qu'on se soit beaucoup avancé dans l'application de cette Science aux phénomènes de la Nature. La théorie des fluides, qui est assurément une des plus importantes pour la physique, est encore très imparfaite dans ses éléments.... Il en est de même de la matière que j'entreprends d'examiner ici...

Newton, qui a entrepris le premier de soumettre les fluides au calcul, a aussi fait sur le son les premières recherches, et il est parvenu à en déterminer la vitesse par une formule qui ne s'éloigne pas beaucoup de l'expérience. Mais si cette théorie a contenté les Physiciens, dont la plupart l'ont adoptée, il n'en est pas de même des Géomètres, qui, en étudiant les démonstrations sur lesquelles elle est appuyée, n'y ont pas trouvé ce degré de solidité et d'évidence qui caractérise d'ailleurs le reste de ses Ouvrages.

« J'ai donc cru qu'il était nécessaire de reprendre toute la question dans ses fondements. »

Lagrange se propose la question :

« Étant donné un nombre indéfini de particules élastiques rangées en ligne droite, qui se soutiennent en équilibre en vertu de leurs forces mutuelles de répulsion, déterminer les mouvements que ces particules doivent suivre dans le cas qu'elles aient été, comme que ce soit, dérangées, sans sortir de la même droite. »

Les équations qui donnent la solution de ce problème ne diffèrent pas de celles « qui appartiennent au problème De

pour faire connaître à fond l'insuffisance et la fausseté
éthode de M. Newton. »

Lagrange discute ensuite la solution du problème *de Chordis
tibus*, donnée par Taylor dans sa *Methodus incremen-*
solution que nous avons analysée dans un des pré-
volumes de cette histoire; il ne la trouve pas parfaite et
étonnera personne; mais il commet, dans les mots, une
erreur que nous croyons devoir rectifier, parce que, déjà
cité par M. Hœfer, elle a pu troubler les mânes de l'iras-
somètre anglais et qu'il est facile de leur rendre le repos.
Lagrange, qui a étudié plus profondément que je ne l'ai fait
même la théorie de Taylor, y a découvert ou en a tiré
le plus l'ouvrage sous les yeux) l'équation de la courbe
par la corde vibrante, à l'époque t , savoir :

$$y = Y \sin(x\sqrt{f}) \sin(t\sqrt{g}),$$

est l'ordonnée maximum de cette courbe et où f et g repré-
sentent des constantes.

Lagrange traduit la pensée de Taylor en disant que ce
dernier croyait que « *les figures affectées par la corde ne
peuvent être que celles d'une espèce de cycloïdes allongées,
comme compagnes de la cycloïde.* »

Alors, s'il eût été encore de ce monde, se serait plaint avec
raison qu'on lui imputât, d'avoir confondu la cycloïde, et la
cycloïde, allongées ou non. Taylor ne désigne pas la courbe
mais parle sous le nom de sinussoïde, parce que ce mot n'était
encore inventé; il se sert de celui de *Compagne de la tro-*
isième que lui avait donné Roberval, ce que Lagrange ignorait,

sans doute, n'ayant probablement pas lu les œuvres de Boscovich dont il est fort excusable, car il n'y aurait certainement pas eu un plaisir extrême; mais Taylor ne doit pas en supporter les conséquences.

Quoi qu'il en soit, Lagrange trouve avec raison que la solution de Taylor « est bien éloignée d'être générale »; que « l'hypothèse que tous les points de la corde s'étendent en même temps en ligne droite est entièrement gratuite » et qu'en tout cas « il faut encore démontrer que c'est dans le seul cas des forces attractrices proportionnelles aux distances des points de la corde à l'axe, que tous ses points peuvent toucher l'axe dans le même instant. »

Il passe ensuite à l'examen de la méthode de d'Alembert « qui est sûrement une des plus ingénieuses qu'on ait vues jusqu'ici de l'Analyse, » mais dont l'auteur avait à tort restreint les applications en supposant que la figure primitive de la corde « dut être renfermée dans une équation continue, » tandis que la fonction arbitraire qui définit la courbe peut être entièrement quelconque, comme le soutenait Euler.

Quant au Mémoire de Lagrange, nous regrettons d'être obligés de nous borner à ajouter à l'analyse que nous en avons faite, que la méthode de l'auteur consiste essentiellement à considérer d'abord, au lieu de la corde continue, un polygone en chacun de ses sommets d'un poids particulier, à résoudre la question du mouvement de ce polygone, et à étendre ensuite la solution au cas où le polygone se transformerait en une corde continue.

VI. — Essai d'une nouvelle méthode pour déterminer

Maxima et les minima des formules intégrales indéfinies
scellanea Taurinensia, 1760-1761).

Le mémoire contient l'exposition du Calcul des Variations, dans sa première partie, et un certain nombre d'exemples.

La méthode n'y est pas exposée avec assez de détails, ce qui, d'ailleurs, a fait qu'elle l'a été depuis avec trop de prolixité par quelques auteurs. Outre l'objet qu'il avait principalement en vue, proposant une méthode entièrement neuve et beaucoup plus avantageuse pour traiter les questions de maximums et minimums d'intégrales, Lagrange avait encore à faire ressortir la nécessité de cette nouvelle méthode pour résoudre les difficultés qui se présentent les cas où, d'après la nature de la question posée, les limites de l'intégrale considérée sont elles-mêmes inconnues.

Il n'est pas étonnant qu'avec sa supériorité de vue et l'esprit de généralisation qu'il portait en toutes choses, il ait été porté à faire varier la variable indépendante, en même temps que les fonctions inconnues, de façon à ne présenter les variations de cette variable indépendante, aux limites, que comme des valeurs particulières de la variation de cette variable, entre les limites.

Il serait impossible de méconnaître que les formules des équations acquièrent par là plus de symétrie et plus de généralité.

Mais cette manière de présenter la théorie amène forcément quelques obscurités, dans lesquelles, au reste, il faut voir l'origine des longueurs auxquelles je faisais allusion plus haut.

On a pu remarquer que, dans l'exposition que j'ai proposée au haut du *Calcul des Variations*, j'ai cru pouvoir supprimer la variation δx , en tant que fonction de la variable indépendante x , et n'introduire, dans les calculs, que les accroisse-

ments δx_0 et δx_1 que pourraient subir les limites x_0 et x_1 , l'expression me paraît par là très simplifiée et bien suffisante encore au moins lors d'une première étude. Cette démonstration est celle que je m'étais faite pour mon propre usage, à l'École Polytechnique, lorsque j'y étais élève; elle me paraissait beaucoup plus facile à suivre que celle que nous donnait M. Duhamel, l'année suivante, depuis, avec plaisir, que c'était à peu près celle que M. Navier avait adoptée dans son enseignement.

VII. — *Application de la Méthode exposée dans le même ouvrage précédent à la solution de différents problèmes de Dynamique* (Miscellanea Taurinensia, 1760-1761.)

Euler avait démontré que lorsqu'un corps se meut sous l'action de forces tendant vers des points fixes « l'intégrale de la vitesse multipliée par l'élément de la courbe, fait toujours un maximum ou un minimum ». C'est ainsi qu'il énonçait le *principe de la moindre action* de son ami Maupertuis.

Lagrange énonce, mais sans démonstration, ce théorème général : « Soient tant de corps qu'on voudra M, M', M'' ... agissent les uns sur les autres d'une manière quelconque, et soient de plus, si l'on veut, animés par des forces centrales proportionnelles à des fonctions quelconques des distances : s, s', s'' dénotent les espaces parcourus par ces corps dans le temps t et que u, u', u'' soient leurs vitesses à la fin de ce temps. La formule

$$M \int u \, ds + M' \int u' \, ds' + M'' \int u'' \, ds'' - \dots$$

sera toujours un maximum ou un minimum. »

mémoire qui nous occupe a trait aux applications qu'on fait de ce théorème.

II. — *Solution de différents problèmes de Calcul intégral* (Miscellanea Taurinensia, 1762-1765).

— *Solution d'un problème d'Arithmétique* (Miscellanea Taurinensia, 1766-1769).

Le problème dont il s'agit est : « *Étant donné un nombre quelconque entier et non carré, trouver un nombre entier et tel que le produit de ces deux nombres augmenté d'une soit un nombre carré.* »

Ce problème avait été adressé en défi, avec plusieurs autres, aux Géomètres Anglais, par Fermat; Wallis l'avait résolu par une méthode qui ne consistait guère qu'en des tâtonnements successifs; puis il avait été abandonné.

Lagrange donne dans ce mémoire une méthode « pour la résolution des équations du second degré à deux inconnues, par des nombres entiers »; mais il y reviendra plus tard.

TOME II.

— *Sur l'intégration de quelques équations différentielles les indéterminées sont séparées mais dont chaque membre particulier n'est point intégrable.* (Miscellanea Taurinensia, 1769).

Les équations que vise Lagrange, dans ce mémoire, sont celles qui se réduisent à la forme

$$\frac{dx}{\sqrt{X}} = \frac{dy}{\sqrt{Y}}$$

où X et Y sont respectivement des fonctions de x et y .

Lagrange étudie en particulier l'équation

$$\frac{dx}{\sqrt{\alpha + \beta x + \gamma x^2 + \delta x^3 + \varepsilon x^4}} = \frac{dy}{\sqrt{\alpha + \beta y^2 + \gamma y^2 + \delta y^4}}$$

dont l'intégrale est comprise dans la forme

$$\begin{aligned} & A + B(x + y) + C(x^2 + y^2) + \\ & Dxy + E(x^2y + y^2x) + Fx^2y^2 = 0 \end{aligned}$$

où A, B, C, D, E et F doivent satisfaire aux conditions

$$\begin{aligned} B^2 - 4AC &= \alpha \\ 2BD - 4(AE + BC) &= \beta \\ 2BE + D^2 - 4(AF + C^2 + BE) &= \gamma \\ 2DE - 4(EF + CE) &= \delta \\ E^2 - 4CF &= \varepsilon. \end{aligned}$$

XI. — *Sur la Méthode des Variations* (Miscellanea Taurinensia, 1766-1769).

Ce mémoire contient des additions importantes à ce que Lagrange avait d'abord exposé sa méthode; il a aussi pour but de répondre à diverses critiques, qu'il serait inutile de reproduire aujourd'hui.

XII. — *Recherches sur le mouvement d'un corps attiré vers deux centres fixes*. (Miscellanea Taurinensia, 1766-1769.)

Le problème que Lagrange résout dans ce mémoire avait déjà été traité par Euler, dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences*.

ur 1760 et dans le tome X des *nouveaux commentaires de* *shourg*, mais seulement dans le cas où le corps se mouvrait un plan passant par les deux centres fixes.

omme le problème dont il s'agit a, dit Lagrange, un rapp-
mmédiat avec celui des trois corps, il ne serait pas impos-
que la méthode qui y est employée ne fut de quelque utilité
la solution de ce fameux problème qui fait depuis si long-
l'objet des travaux des plus grands Géomètres. »

utefois Lagrange remarque très bien, un peu plus loin, que
blème du mouvement de la Lune, attirée à la fois par le
et la Terre, diffère notablement de celui qui vient d'être
é en ce que la Terre n'est pas fixe.

désignant par p et par q la somme et la différence des dis-
s du mobile aux deux points fixes, Lagrange parvient aux
équations suivantes, remarquablement simples et où, de
les variables se trouvent séparées

$$\frac{dp}{-M+D)p^2 - Mf^2p + E} = \frac{dq}{\sqrt{(C+N+D)q^2 - Nf^2q + E}}$$

$$dt = \frac{p^2 dp}{4\sqrt{Cp^4 + Mp^3 + Dp^2 - Mf^2p + E}} \\ + \frac{q^2 dq}{4\sqrt{Cq^4 + Nq^3 + Dq^2 - Nf^2q + E}}$$

et N désignent la somme et la différence des forces attrac-
des deux points fixes à l'unité de distance, f la distance de
ux points et C , D , E des constantes, introduites à la suite
grations précédentes, et qui dépendent des circonstances
les.

Ces équations ramènent comme on voit la solution du problème à la théorie des intégrales elliptiques.

Quant à l'angle φ du plan des trois corps avec un plan passant par les deux points attirants, il serait fourni par la relation

$$d\varphi = Kf \frac{dp}{(p^2 - f^2) \sqrt{Cp^4 + Mp^3 + Dp^2 - Mf^2p + B}} + Kf \frac{dq}{(q^2 - f^2) \sqrt{Cq^4 + Nq^3 + Dq^2 - Nf^2q + B}}$$

qui n'est pas moins remarquable.

La fin du Mémoire est consacrée à l'examen de quelques cas particuliers, où les intégrations peuvent être effectuées par le cercle ou par logarithmes.

Une seconde partie traite du cas où les attractions exercées par les deux points fixes ne varieraient plus en raison inverse des carrés des distances. — Il s'y trouvait quelques petites erreurs que M. Serret a eu le soin de corriger.

XIII. — *Sur la figure des Colonnes.* (Miscellanea Taurinensia tome V, 1770-1773.)

« On a continué de donner aux colonnes la figure d'un cône tronqué qui ait sa plus grande largeur vers le tiers de sa hauteur et qui décroisse de là en diminuant vers les deux extrémités. Il résulte de ce qu'on appelle vulgairement le *renflement*. Mais il est à remarquer, que, je sache, n'a encore donné une raison satisfaisante de cette pratique....

« N'y aurait-il pas, dans la nature même de la chose, quel principe qui pût servir à déterminer la question? Parmi

qui se
qui ai
tibles
peut
pour
s'agit.

En
dienn
donné

Il tr
maxim

Ce M
a corri

XIV
résult
avant
l'on re
lance

XV.
démie
Lag
résulta
une ve
male.
toutes
direct
poids

servent de fondement à l'Architecture, il n'y en a qu'un seul : celui des règles fixes et invariables, et par conséquent susceptibles de calcul : c'est la solidité. Il faut donc examiner si l'on peut déduire de cette considération les conditions nécessaires à la détermination et la solution du problème dont il

En conséquence, Lagrange se propose de déterminer la mérité d'une colonne qui, ayant une hauteur et un volume déterminés, pourrait supporter la plus grande charge.

Il trouve que « la figure cylindrique est celle qui donne le maximum de la force. »

Le Mémoire contenait un grand nombre de fautes que M. Serret corrigées.

V. — *Mémoire sur l'utilité de prendre le milieu entre les résultats de plusieurs observations, dans lequel on examine les avantages de cette méthode par le calcul des probabilités, et où sont résolus différents problèmes relatifs à cette matière.* (Miscellanea Taurinensia, T. V, 1770-1773.)

VI. — *Sur la percussion des fluides.* (Mémoires de l'Académie des Sciences de Turin, T. I, 1784-1785.)

Lagrange, dans ce Mémoire, se propose de déterminer la résultante des pressions normales exercées sur un plan fixe par une veine liquide qui tombe sur ce plan dans une direction normale. Il trouve que, « quand le plan est assez large pour que toutes les particules du fluide soient contraintes d'en suivre la direction en le quittant, l'action contre le plan est égale au poids d'une colonne du fluide de la même grosseur que la veine

et d'une longueur double de celle d'où un corps pesant doit tomber pour acquérir la vitesse du fluide. »

XVI. — *Sur une nouvelle méthode de Calcul intégral pour les différentielles affectées d'un radical carré sous lequel la variable ne passe pas le quatrième degré.* (Mémoires de l'Académie de Turin, T. II, 1784-1785.)

L'objet que se propose Lagrange dans ce Mémoire est de trouver des séries convergentes pour les intégrales des différentielles mentionnées dans l'énoncé, mais qu'il transforme d'une façon que la fonction du quatrième degré placée sous le radical, se décompose en deux facteurs :

$$1 - p^2 x^2 \quad \text{et} \quad 1 - q^2 x^2.$$

Cette très importante transformation n'avait pas, je crois, été effectuée auparavant.

XVII. — *Sur les courbes tautochrones.* (Mémoires de l'Académie royale des Sciences et Belles Lettres de Berlin, T. I, 1765.)

« On appelle en général *tautochrone* une courbe telle, que si un corps se meut le long de sa concavité, soit en montant, soit en descendant, il emploie toujours le même temps à parcourir un arc quelconque à partir du point le plus bas.

« M. Huygens ayant démontré que la cycloïde était la tautochrone des corps pesants dans le vide, cette découverte excita la curiosité des géomètres, et les engagea à chercher une méthode directe et analytique pour résoudre le problème du tautochronisme dans une hypothèse quelconque.

MM. Jean Bernoulli et Euler se sont particulièrement livrés à cette recherche, et ont donné presque en même temps, l'un dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris* pour l'année 1730, et l'autre dans le tome IV des *Commentaires de l'Académie de Pétersbourg*, et ensuite dans le second volume de sa *Mécanique*, des méthodes très ingénieuses pour déterminer les tautochrones dans un milieu résistant comme le carré de la vitesse, et dans quelque hypothèse de densité que ce soit.

Il n'est pas difficile de satisfaire à la condition (de tautochronisme) lorsqu'on peut avoir l'expression de la vitesse u , ce qui arrive quand la résistance est nulle et quand elle est proportionnelle au carré de la vitesse; mais il n'en est pas tout à fait de même dans les autres cas, où l'équation en u n'est pas intégrable. Si les deux grands géomètres dont nous venons de parler ont-ils considéré d'autres hypothèses de résistance que celle du carré de la vitesse, et M. Fontaine est le seul qui ait fait jusqu'ici quelques pas de plus dans cette recherche, ...; et l'on peut citer l'ouvrage qu'il a donné sur cette matière, comme un des plus beaux qui se trouvent parmi les *Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris*, et surtout comme celui qui a le plus contribué à la célébrité de cet illustre mathématicien.

Mais quelque profonde et quelque ingénieuse que soit la nouvelle théorie des tautochrones (contenue dans cet ouvrage), on peut avouer qu'elle laisse encore beaucoup à désirer. Lorsqu'il s'agit d'un point de résistance, et que, par conséquent, la force accélératrice du corps est entièrement indépendante de la vitesse, on sait depuis longtemps que le tautochronisme exige que cette force soit proportionnelle à l'espace qui reste à parcourir. Mais

quelle est en général la force nécessaire pour produire le tautochronisme, en la regardant comme une fonction quelconque de l'espace et de la vitesse? Voilà le problème qu'il faut résoudre pour avoir une théorie générale et complète des tautochrones.

C'est le problème que résout Lagrange dans le *Mémoire* que nous avons reproduit le titre.

XVIII. — *Mémoire sur le passage de Vénus du 3 juin 1769* (*Mémoires de l'Académie de Berlin*, T. XXII, 1766.)

« Personne n'ignore les grands avantages que l'Astronomie peut retirer des observations des passages de Vénus sur le disque du Soleil. Non seulement elles servent à rectifier les principaux éléments de la théorie de cette planète, elles sont encore utiles pour déterminer la parallaxe du Soleil. Le passage que nous observé en 1761 a déjà beaucoup diminué l'incertitude que nous attendons, et qui sera le dernier qu'on puisse espérer dans ce siècle, à la fixer d'une manière bien certaine et incontestable. Cette considération m'a engagé à discuter dans ce *Mémoire* les moyens que l'observation de ce phénomène peut fournir de décider un point si important. On y verra : 1° comment on peut calculer l'effet que les parallaxes combinées de deux astres quelconques doivent produire sur la distance apparente de deux astres; 2° on y trouvera une méthode très simple et très commode pour déterminer, en général, dans les passages de planètes sur le Soleil, les parallaxes d'entrée, de sortie et de durée pour tous les pays de la terre; 3° une méthode pour déterminer la parallaxe du Soleil de trois observations d'un même passage, faites dans trois endroits différents, indépendamment

la connaissance du mouvement de la planète; 4° enfin on y aura l'application de notre théorie au passage de Vénus qui arrivera le 3 juin 1769 au soir, avec quelques remarques relatives au choix des lieux où il pourra être observé avec le plus d'avantage.

IX. — *Sur la solution des problèmes indéterminés du second degré.* (Mémoires de l'Académie de Berlin, T. XXIII, 1769.)

Lorsque l'équation finale à laquelle conduit la solution de la question renferme plus d'une inconnue, le problème est indéterminé; et envisagé généralement, il est susceptible d'une infinité de solutions; mais si la nature de la question exige que les quantités cherchées soient rationnelles, ou même qu'elles soient exprimées par des nombres entiers, alors le nombre des solutions peut être très limité; et la difficulté se réduit à trouver, parmi toutes les solutions possibles, celles qui peuvent satisfaire à la condition prescrite.

Quand l'équation finale n'est que du premier degré, toutes les solutions sont rationnelles par la nature même de cette équation (si l'idée est juste, l'expression au moins n'en est pas très fautive) et si l'on veut de plus que les inconnues soient des nombres entiers, on peut les déterminer facilement par la méthode des fractions continues (ou aussi facilement, mais d'une manière plus satisfaisante, sans fractions continues). Il n'en est pas de même des équations qui passent le premier degré, et qui conduisent naturellement à des expressions irrationnelles. On n'a point de méthode directe et générale pour trouver les nombres rationnels qui peuvent satisfaire à ces équations lorsque qu'elles ne sont qu'au second degré; et il faut avouer que

cette branche de l'Analyse, quoiqu'elle peut-être une des plus importantes (je ne puis m'empêcher de dire que je ne partage pas cette opinion), est néanmoins une de celles que les Géomètres paraissent avoir le plus négligées, ou du moins dans laquelle ils ont fait jusqu'à présent le moins de progrès.

« Diophante et ses commentateurs ont, à la vérité, résolu un grand nombre de problèmes indéterminés du second, du troisième et même du quatrième degré; mais la plupart de ces solutions n'étant que particulières, il n'est pas étonnant qu'on trouve encore des cas d'ailleurs fort simples, et en même temps fort étendus, pour lesquels les méthodes de Diophante sont absolument insuffisantes.

« S'il s'agissait, par exemple, de résoudre l'équation

$$A + Bt^2 = u^2$$

en supposant A et B des nombres entiers non carrés, c'est-à-dire de trouver une valeur rationnelle de t telle que $A + Bt^2$ soit un carré, on verrait aisément que tous les artifices connus de l'Analyse de Diophante seraient en défaut pour ce cas; ce qui se réduit à ce cas que se réduit la solution générale des problèmes indéterminés du second degré à deux inconnues.

« Personne, que je sache, ne s'est occupé de ce problème; l'on en excepte M. Euler, qui en a fait l'objet de deux excellents Mémoires qui se trouvent parmi ceux de l'Académie de Pétersbourg; mais il s'en faut beaucoup que la matière soit épuisée. Car, 1° M. Euler n'a considéré dans l'équation

$$A + Bt^2 = u^2$$

que le cas où B est un nombre positif et où t et u doivent

nombre entiers; 2° dans ce cas même, M. Euler suppose on connaisse déjà une solution de l'équation et il donne le moyen d'en déduire une infinité d'autres.....; 3° les formules que M. Euler donne pour trouver une infinité de solutions, dès qu'on en connaît une seule, ne renferment pas toujours et ne paraissent pas renfermer toutes les solutions possibles, à moins que A soit un nombre premier.

Les recherches que j'ai faites depuis quelque temps sur cette question m'ont conduit à des méthodes directes, générales et nouvelles pour résoudre les équations de la forme

$$A + Bt^2 = u^2$$

en général toutes les équations du second degré à deux inconnues, soit que les inconnues puissent être des nombres entiers ou fractionnaires, soit qu'elles doivent être des nombres entiers. »

Comme la question est peu connue j'en dirai quelques mots bien que, personnellement, je n'y trouve pas un grand intérêt.

La résolution en nombres commensurables d'une équation du second degré à coefficients entiers

$$\alpha x^2 + \beta xy + \gamma y^2 + \delta x + \epsilon y + \zeta = 0$$

se ramène presque immédiatement à celle d'une autre équation simple telle que

$$u^2 - Bt^2 = A$$

et que, si l'on en multiplie tous les termes par 4, qu'on y ajoute le carré dont la racine serait

$$2\alpha x + \beta y + \delta$$

et qu'on réduise les autres termes, qui seront en y seul, la proposition sera ramenée à faire en sorte que l'ensemble de ces termes, changés de signes, soit un carré, ce qui donne, par exemple, la condition

$$By^2 + 2fy + g = t^2;$$

et si l'on répète l'emploi du même procédé, on tombera sur la dernière équation

$$A + Bt^2 = u^2.$$

De reste, à une solution en nombres commensurables de la dernière équation, il correspondra toujours des valeurs commensurables de y et de x .

Si B était un carré tel que B^2 , on résoudrait l'équation par la méthode de Diophante en posant

$$u = bt + \zeta,$$

d'où il résulterait

$$t = \frac{A - \zeta^2}{2b\zeta}$$

et l'on pourrait prendre pour ζ telle valeur commensurable l'on voudrait.

Mais si l'on voulait que t et u fussent entiers, on recourrait de préférence à cette remarque très simple que le produit $(u - bt)(u + bt)$ devant donner A , on n'aurait qu'à décomposer A de toutes les manières possibles en deux facteurs premiers, et à faire

$$u - bt = p \quad \text{et} \quad u + bt = q$$

d'où

$$u = \frac{p + q}{2} \quad \text{et} \quad t = \frac{q - p}{2b}$$

et à rejeter les valeurs fractionnaires.

si c'était A qui fut un carré, a^2 , on ferait

$$u = a + t\zeta,$$

viendrait

$$t = \frac{2a\zeta}{B - \zeta^2}$$

pour toutes les valeurs commensurables attribuées à ζ fourniraient pour t et u des valeurs correspondantes, également commensurables.

Si l'on voulait que t et u fussent entiers, on remarquerait que l'équation proposée pouvant être écrite sous la forme

$$Bt^2 = (u + a)(u - a)$$

on pourrait faire

$$u + a = pt \quad \text{et} \quad u - a = qt,$$

p et q désignant deux facteurs entiers quelconques de B , et éliminer les solutions fractionnaires par rapport à t , qui résultent de ce système.

Mais cette méthode ne ferait pas nécessairement connaître toutes les solutions de l'équation proposée, car on aurait pu aussi bien poser

$$u + a = p\tau^2 \quad \text{et} \quad u - a = q\theta^2$$

p et θ désignant deux facteurs de t .

Ce sont là, dit Lagrange, les seules méthodes qu'on ait eues jusqu'à présent pour résoudre les équations de la forme

$$A + Bt^2 = u^2,$$

lesquelles méthodes qui ne sont absolument applicables qu'aux cas où A et B sont des nombres carrés : dans tous les autres cas, on n'en était réduit au simple tâtonnement, moyen non seu-

lement long et pénible, mais presque impraticable, à moins que les quantités cherchées ne soient renfermées dans de certaines limites; or, c'est ce qui n'a lieu que dans les cas où, A étant positif, B est négatif; car, puisque u doit être entier et positif, il est clair que Bt^2 devra être moindre que A et que par conséquent t devra nécessairement être moindre que $\sqrt{\frac{A}{B}}$, de sorte qu'il n'y aura dans ce cas qu'à substituer successivement, au lieu de t , tous les nombres positifs moindres que $\sqrt{\frac{A}{B}}$, et choisir ceux qui rendront $A - Bt^2$ égal à un carré. Il n'en est pas de même lorsque B est positif, parce qu'alors t peut augmenter à l'infini; et, en général, soit que B soit positif ou négatif, le nombre des substitutions à essayer est toujours nécessairement indéfini, dès qu'on voudra admettre des nombres rompus; ce qui prouve d'autant plus la nécessité d'avoir pour cet objet des méthodes directes et analytiques telles que celles que nous allons donner. »

Il nous a paru indispensable de reproduire ces importants détails historiques et de préciser l'objet des efforts victorieux de Lagrange, mais nous ne pourrions même pas donner l'analyse de la solution à laquelle il est parvenu. Comme nous l'avons déjà dit, nous devons nous borner à indiquer les résultats des recherches des Géomètres des dernières périodes, en vue seulement de donner aux lecteurs des indications concernant les sources à consulter.

XX. — *Sur la résolution des équations numériques.* (Mémoires de l'Académie de Berlin, Tome XXIII, 1769.)

XI. — *Addition au Mémoire sur la résolution des équations numériques.* (Mémoires de l'Académie de Berlin, Tome XXIV, 1770.)

est dans cette addition que se trouve la démonstration de ce théorème de Lagrange que toute racine incommensurable de l'équation du second degré à coefficients entiers, développée en fraction continue, donne lieu à un quotient périodique.

M. Euler, dit l'auteur, avait observé, dans un excellent mémoire inséré au Tome XI des *Nouveaux Commentaires de Petersbourg*, que la racine carrée d'un nombre entier se réduit toujours en une fraction continue périodique; mais ce théorème, qui n'est qu'un cas particulier du nôtre, n'a pas été démontré par M. Euler. »

XII. — *Nouvelle méthode pour résoudre les problèmes indéterminés en nombre entiers.* (Mémoires de l'Académie de Berlin, Tome XXIV, 1770.)

Lagrange, dans ce mémoire, élargit le cadre de ses précédentes recherches sur la question, puis revient sur la résolution de l'équation.

$$A + Bt^2 = u^2.$$

TOME III.

XIII. — *Nouvelle méthode pour résoudre les équations littérales par le moyen des séries.* (Mémoires de l'Académie de Berlin, Tome XXIV, 1770.)

Je vais donner dans ce Mémoire une méthode très simple et

très générale pour réduire les racines des équations linéaires à des suites infinies, matière sur laquelle plusieurs Géomètres ont déjà exercés.

« Ma méthode a, si je ne me trompe, de grands avantages sur toutes les méthodes connues pour le même objet.

« 1° Elle donne l'expression de chaque racine de l'équation proposée, au lieu que les autres méthodes ne donnent ordinairement que l'expression d'une seule racine;

« 2° Elle donne les racines cherchées par des séries régulières, c'est-à-dire telles que leurs termes suivent une loi générale connue, de sorte qu'il est très facile de les continuer autant qu'on veut;

« 3° Ces séries sont, de plus, telles qu'on peut aisément trouver la forme de leurs derniers termes et en déduire les conditions qui les rendent convergentes ou divergentes;

« 4° On peut aussi, par la même méthode, avoir l'expression d'une puissance quelconque de la racine cherchée, et même la fonction quelconque de cette racine;

« 5° Enfin cette méthode s'applique également aux équations transcendentes, qui renferment des logarithmes et des arcs de cercles, et peut servir à résoudre différents problèmes importants de cette espèce d'une manière simple et plus exacte qu'on n'avait le faire jusqu'à présent. »

Lagrange, comme on a déjà pu le constater par les extraits que j'ai déjà reproduits, textuellement d'ailleurs, a le grand mérite d'indiquer toujours très nettement l'état où se trouvait avant lui chacune des questions qu'il traite, ce qu'il a cherché à ajouter aux solutions proposées avant lui et ce qu'il pense avoir ajouté de neuf et d'utile, relativement à chaque sujet.

La manière dont il pose les questions est toujours si claire et les indications qu'il donne sur ce qu'il se propose de faire sont si lumineuses que lorsqu'on l'a lu on reconnaît immédiatement l'impossibilité, je ne dis pas de faire mieux, mais même d'essayer quoi que ce soit à l'analyse qu'il fournit de chacun de ses Mémoires.

C'est pourquoi nous nous sommes borné jusqu'ici à le citer, nous continuerons vraisemblablement à agir de même; d'autant que par des raisons que nous avons déjà suffisamment indiquées, nous sommes obligé de nous borner à indiquer au lecteur les questions traitées par les auteurs dont il nous reste à connaître les travaux, et les solutions qu'ils pensent avoir véritablement établies.

Mais il nous sera permis de prier le lecteur de ne pas conclure de cette mention à acquiescement, la discussion complète des solutions indiquées n'étant plus possible. Au surplus il n'est pas indispensable d'admettre d'avance l'exactitude ou l'utilité de tout ce qui se trouve dans un ouvrage pour être tenté d'en prendre connaissance, le programme peut suffire.

XXIV. — *Sur la force des ressorts pliés.* (Mémoires de l'Académie de Berlin, Tome XXV, 1771.)

On sait que la force d'un ressort plié s'affaiblit toujours à mesure que le ressort se débande, mais on ignore la loi suivant laquelle se fait cet affaiblissement : or, c'est de cette loi que dépend la figure des fusées que l'on applique aux montres et à la plupart des horloges à ressort, et dont la propriété est de maintenir l'action du ressort dans l'égalité au moyen de la différence de longueur des rayons qui forment la rainure spirale ; car selon que

la corde qui se désentortille se trouve appliquée à une plus grande distance de la l'axe de la fusée, l'action du ressort devient aussi plus grande, et il faut que cette augmentation compense exactement la diminution de force que le ressort souffre en se déroulant.

« Dans les ressorts qui agissent en s'allongeant ou en se raccourcissant, il paraît que la force est proportionnelle à la quantité dont ils se dilatent ou se contractent, ou du moins, à une fonction donnée de cette quantité. Mais ce principe n'a pas lieu dans les lames élastiques droites et pliées en spirales, telles que celles qu'on applique dans les horloges : le seul principe qu'on puisse employer pour ces ressorts est que la force avec laquelle le ressort résiste à la flexion est toujours proportionnelle à l'angle même de courbure, et c'est d'après ce principe que de très grands Géomètres ont déterminé la courbe qu'une lame élastique doit former lorsqu'elle est bandée par des forces quelconques données. Or voici le problème qu'il faut résoudre pour pouvoir connaître la loi de la force des ressorts pliés :

« Une lame à ressort de longueur donnée et fixe par une de ses extrémités étant bandée par des forces quelconques qui agissent sur l'autre extrémité, et qui la retiennent dans une position donnée, déterminer la quantité et la direction de ces forces. »

« Ce problème n'a encore été résolu, que je sache, par aucun Géomètre, c'est ce qui m'a déterminé à en faire l'objet de ce Mémoire. »

Cet excellent opuscule où sont discutées et corroborées les solutions des deux Bernoulli du problème de la corde élastique contient quelques fautes, dans sa partie neuve.

cela prouve une fois de plus qu'il n'y a pas d'œuvres sans touts. On peut je crois s'en consoler sur ce que les ouvrages où ne pourrait en signaler aucun autre présenteraient probablement le plus grand de tous : celui d'être sans qualités.

Au reste, il ne s'agit ici que de fautes de calcul sans importance, qu'il a été facile de corriger dans la réimpression.

Mais, quant aux fautes plus graves, il ne faudrait pas trop donner d'en rencontrer dans les œuvres des grands hommes, en tout homme supérieur est déjà plus ou moins un monstre, faut donc qu'il présente des irrégularités et des inconséquences.

XV. — *Sur le problème de Képler.* (Mémoires de l'Académie de Berlin, Tome XXV, 1771.)

Ce problème consiste, comme on sait, à couper l'aire elliptique en raison donnée, et sert principalement à déterminer l'anomalie vraie des planètes par leur anomalie moyenne. (On appelle anomalie vraie, l'angle du rayon vecteur mené du Soleil à la planète avec le grand axe de l'orbite de cette planète; quant à l'anomalie moyenne c'est la quatrième proportionnelle à l'aire entière de l'orbite, au secteur correspondant à l'anomalie vraie et quatre droits.) Depuis Képler, qui a le premier essayé de le résoudre, plusieurs savants Géomètres s'y sont appliqués et en ont donné différentes solutions qu'on peut ranger dans trois classes.

Les premières sont simplement arithmétiques et sont fondées sur la supposition de fausse position : ce sont celles dont les Astronomes se servent habituellement dans le calcul des éléments des planètes : les autres sont géométriques ou mécaniques, et dépendent de l'intersection des courbes : celles-ci sont plutôt de simple curiosité

que d'utilité dans l'Astronomie; la troisième classe enfin comprend les solutions algébriques, qui donnent l'expression analytique de l'anomalie vraie par l'anomalie moyenne, aussi bien que de celle du rayon vecteur de l'orbite, expressions qui sont d'un usage continu et indispensable dans la théorie des perturbations des corps célestes.

« L'équation par laquelle on doit déterminer la relation qui a lieu entre l'anomalie moyenne et l'anomalie vraie, est transcendante et ne peut, par conséquent, être résolue que par approximation, de sorte qu'on est obligé d'avoir recours aux suites infinies. Or on ne peut déterminer directement que l'anomalie moyenne par l'anomalie vraie; et pour avoir l'expression de celle-ci par le moyen de celle-là, il faut employer la méthode du retour aux suites, qui est non seulement longue et pénible, mais qui a encore l'inconvénient de donner des séries irrégulières où l'on ne saurait connaître la loi des termes. »

Lagrange emploie, pour résoudre la question, la méthode qu'il a développée dans le Mémoire auquel nous avons donné le n° XXIII et qui a pour objet la résolution des équations littérales par le moyen des séries.

XXVI. — *Sur l'élimination des inconnues dans les équations* (Mémoires de l'Académie de Berlin, Tome XXV, 1771.)

« Lorsqu'on a deux équations qui renferment la même inconnue élevée à des degrés quelconques, on peut toujours, par les règles ordinaires de l'Algèbre, éliminer cette inconnue; mais on risque de tomber dans un inconvénient : c'est que l'équation résultante de l'élimination monte à un degré plus élevé qu'il ne doit. Plusieurs habiles Géomètres ont senti cet inconvénient.

et ont donné des moyens de l'éviter; c'est ce que MM. Euler, Cramer, Bézout et d'autres ont fait par des méthodes qui leur sont propres...

« La méthode que je vais exposer ici a l'avantage de réduire l'élimination à des formules générales et très simples dont les analystes pourront faire usage au besoin. »

Cette méthode repose en somme sur l'usage des fonctions symétriques des racines d'une des équations, mais par un procédé détourné, dont je ne vois pas l'avantage.

XXVII. — *Nouvelles réflexions sur les tautochrones.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1770.)

Ce Mémoire a en partie pour objet de répondre à des critiques adressées par Fontaine à Lagrange, sur son Mémoire de 1765, auquel nous avons donné le n° XVII; mais il contient de nouveaux développements sur la question, et, principalement, la solution de ce problème :

« Soit a l'espace total que peut parcourir un corps qui part d'un point donné avec une certaine vitesse et qui est continuellement retardé dans sa marche par une force variable p ; soient de plus x un espace quelconque parcouru pendant le temps t , u la vitesse du corps au bout de ce temps, et L une fonction quelconque donnée de x et de a : on demande par quelle fonction de u et de x doit être exprimée la force p , pour que le temps t soit égal à une fonction quelconque de L . »

« Ce problème, dit Lagrange, n'a pas encore été résolu et il sert à jeter un grand jour sur celui des tautochrones. »

XXVIII. — *Démonstration d'un théorème d'Arithmétique.*

XLIX. — *Réflexions sur la résolution algébrique des équations.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, 1770-1771.)

Je me propose dans ce Mémoire d'examiner les différentes méthodes que l'on a trouvées jusqu'à présent pour la résolution algébrique des équations, de les réduire à des principes généraux, et de faire voir à *a priori* pourquoi ces méthodes réussissent pour les premiers et le quatrième degrés et sont en défaut pour les degrés ultérieurs. »

On sait aujourd'hui que la résolution algébrique des équations algébriques dont le degré dépasse cinq, est impossible. Le Mémoire de Lagrange n'en présente pas moins un grand intérêt rétrospectif; l'auteur y remet en honneur une remarquable méthode de Dirichlet.

XX. — *Démonstration d'un théorème nouveau concernant les nombres premiers.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1771.)

Ce théorème consiste en ce que si n est un nombre premier, la somme

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + (n-1) + 1$$

est toujours divisible par n . Il avait été énoncé par Waring, mais il fait honneur à Jean Wilson, mais il restait à en trouver la démonstration.

XLI. — *Sur une nouvelle espèce de Calcul relatif à la différentiation et à l'intégration des quantités variables.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, 1772.)

« Leibnitz a donné, dans le premier volume des *Miscellanea Berolinensia* un Mémoire intitulé : *Symbolismus memorabilis Calculi algebraici, et infinitesimalis in Comparatione potentiarum et differentiarum, etc.*, dans lequel il fait voir l'analogie qui règne entre les différentielles de tous les ordres du produit de deux ou de plusieurs variables et les puissances des mêmes ordres du binôme ou du polynôme composé de la somme de ces mêmes variables. Ce grand Géomètre a aussi remarqué ailleurs que la même analogie subsistait entre les puissances négatives et les intégrales, mais ni lui ni aucun autre, que je sache, n'a poussé plus loin ces sortes de recherches, si l'on en excepte seulement M. Jean Bernoulli qui a montré comment on pouvait dans certains cas trouver l'intégrale d'une différentielle donnée en cherchant la troisième proportionnelle à la différence de la quantité donnée et à cette même quantité, et changeant ensuite les puissances positives en différences et les négatives en sommes ou intégrales. »

Lagrange tire de l'observation de Leibnitz « différents théorèmes généraux concernant les différentiations et intégrations des fonctions de plusieurs variables, dont la plupart sont nouveaux, et auxquels il serait d'ailleurs très difficile de parvenir par d'autres voies. »

Il en déduit notamment la démonstration qu'il a plus tard reproduite dans sa *Théorie des fonctions analytiques* du théorème de Taylor étendu à un nombre quelconque de variables.

XXXII. — *Sur la forme des racines imaginaires des Équations.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, 1772.)

Lagrange propose du théorème de d'Alembert, dont il dit qu'

la démonstration très ingénieuse ne lui semble rien laisser à désirer du côté de l'exactitude, une nouvelle preuve tirée de ce que toute équation d'un degré supérieur au second « pourrait toujours se partager en deux autres équations dont les coefficients fussent des quantités réelles », théorème qu'il établit par la considération des équations propres à déterminer les coefficients d'un diviseur, lesquelles conduiraient à une équation finale qui, étant de degré impair, aurait toujours au moins une racine réelle, etc.

XXXIII. — *Sur les réfractions astronomiques.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1772.)

XXXIV. — *Sur l'intégration des équations à différences partielles du premier ordre.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1772.)

Lagrange, dans ce Mémoire recherche principalement s'il serait possible de déterminer le facteur par lequel il faudrait multiplier une équation telle que

$$dz - p dx - q dy = 0,$$

pour en rendre le premier membre intégrable.

Il donne plusieurs exemples où la méthode s'applique.

XXXV. — *Nouvelle solution du problème du mouvement de rotation d'un corps de figure quelconque qui n'est animé par aucune force accélératrice.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1773.)

La question avait été résolue de deux manières différentes par

Euler et d'Alembert, au moyen de la considération des axes principaux d'inertie du corps, relatifs au point autour duquel il devait tourner, et en supposant la théorie géométrique de la composition et de la décomposition des rotations. Lagrange se propose de résoudre le problème d'une façon purement analytique et sans avoir recours aux considérations précitées. « A considérer, dit-il, le Problème en lui-même, il semble qu'on devrait pouvoir le résoudre directement et indépendamment des propriétés des axes de rotation, propriétés dont la démonstration est assez difficile, et qui devraient d'ailleurs être plutôt des conséquences de la solution même que les fondements de cette solution. »

XXXVI. — *Sur l'attraction des sphéroïdes elliptiques.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1773) et Addition au Mémoire précédent (même recueil, année 1775.)

« Quelques avantages que l'Analyse algébrique ait sur la méthode géométrique des anciens, qu'on appelle vulgairement *synthèse*, il est néanmoins des problèmes où celle-ci paraît préférable, tant par la clarté lumineuse qui l'accompagne, que par l'élégance et la facilité des solutions qu'elle donne. Il en est même pour lesquels l'Analyse algébrique paraît en quelque sorte insuffisante, et où il semble que la méthode synthétique soit seule capable d'atteindre.

« Le problème qu'il s'agit de déterminer l'attraction qu'un sphéroïde elliptique exerce sur un point quelconque placé sur sa surface ou dans son intérieur, est de cette espèce. M. Maclaurin qui a le premier résolu ce Problème dans son excellente pièce sur le flux et le reflux de la mer, couronné par l'Académie des Sciences

de Paris en 1740, a suivi une méthode purement géométrique et fondée uniquement sur quelques propriétés de l'ellipse et des sphéroïdes elliptiques; et il faut avouer que cette partie de l'ouvrage de M. Maclaurin est un chef-d'œuvre de Géométrie, qu'on peut comparer à tout ce qu'Archimède nous a laissé de plus beau et de plus ingénieux. Comme M. Maclaurin avait une sorte de prédilection pour la méthode des Anciens, il n'est pas surprenant qu'il l'ait employée dans la solution du Problème dont nous venons de parler; mais il l'est extrêmement, ce me semble, qu'un Problème aussi important que celui-là n'ait pas été résolu depuis d'une manière directe et analytique, surtout dans ces derniers temps où l'Analyse est devenue d'un usage si commun et si général. On ne peut, je crois, en attribuer la cause qu'aux difficultés de calculs que la solution de cette question doit renfermer lorsqu'on l'envisage sous un point de vue purement analytique.

« Je me propose dans ce Mémoire de faire voir que bien loin que le Problème dont il s'agit se refuse à l'Analyse, il peut être résolu par ce moyen d'une manière, sinon plus simple, du moins plus directe et plus générale que par la voie de la synthèse; ce qui servira à détruire un des principaux arguments que les détracteurs de l'Analyse puissent apporter pour la rabaisser et pour prouver la supériorité de la Méthode synthétique des Anciens. »

Lagrange est incontestablement parvenu, comme il le voulait, à résoudre analytiquement le problème en question; mais il ne paraît pas moins incontestable que la solution qu'il en donne soit plus compliquée que celle de Mac-Laurin. Au reste l'expression *Méthode des Anciens* est peut-être vicieuse, puisque les modernes l'emploient aussi, quand ils le peuvent, ce qui n'est

pas toujours facile, tandis qu'il n'y a aucun effort à tenter pour recourir à l'autre, qui se présente naturellement à l'esprit depuis qu'on sait calculer.

Ce qui distingue essentiellement les deux méthodes est que, dans la première, on passe de propositions à propositions par l'élimination en bloc, au moyen de rapprochements simples, mais difficiles à imaginer, de groupes de variables, et que dans la seconde les déductions se font par l'élimination successive de ces variables. C'est ce qui constitue, en faveur de la première, l'élégance relative que Lagrange lui reconnaît; mais, pour s'en servir, il faut commencer par reconnaître les groupes qui ne se dissocieront pas d'échelon en échelon, ce qui n'est pas toujours facile. Si la difficulté ne se présentait pas d'elle-même et trop souvent insurmontable, on ne recourrait jamais à la seconde Méthode.

Quant aux mots de synthèse et d'analyse, ils ne sont pas mal imaginés, car le premier rappelle l'idée de groupe et le second celle d'élément.

Au reste Lagrange, dans ce Mémoire ni dans l'*addition*, n'ajoute rien à ce qu'avaient déjà trouvé Mac-Laurin et d'Alembert, relativement aux attractions exercées par des ellipsoïdes homogènes, de révolution ou quelconques, sur des points placés à leurs surfaces ou dans le prolongement d'un des axes.

XXXVII. — *Solutions analytiques de quelques problèmes sur les pyramides triangulaires.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1773.)

« Les problèmes qui vont faire la matière de ce Mémoire concernent la manière de trouver la surface, la solidité, les sphères circonscrite et inscrites, le centre de gravité, etc., d

toute pyramide triangulaire dont on connaît les six côtés. et je me flatte que les solutions que j'en vais donner pourront intéresser les Géomètres, tant par la méthode que par les résultats.

XXXVIII. — *Recherches d'Arithmétique.* Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, années 1773 et 1775.

Ces Recherches ont pour objet les nombres qui peuvent être représentés par la formule

$$B^2 + Ctu - Dv^2.$$

où B, C, D sont supposés des nombres entiers et t, u, v des nombres aussi entiers, mais indéterminés.

TOME IV.

XXXIX. — *Sur les intégrales particulières des équations différentielles.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1774.)

« On trouve dans un Mémoire de M. Clairaut, imprimé parmi ceux de l'Académie pour 1734, cette remarque singulière, qu'il y a des équations différentielles qu'on peut intégrer par la différentiation, et que les intégrales trouvées de la sorte se trouvent jamais comprises dans les intégrales complètes que donnent les règles ordinaires de l'intégration, quoique d'ailleurs ces mêmes intégrales satisfassent aux équations différentielles proposées et résolvent très bien les problèmes géométriques qui conduisent à ces équations.

« M. Euler a mis ensuite ces deux espèces de problèmes sur un plus grand jour, et il les a confirmés par différents exemples tirés de la Géométrie, dans un Mémoire intitulé : *Expositum de*

quelques paradoxes dans le Calcul intégral, et imprimé parmi ceux de l'Académie de Berlin dans le volume de 1756. Ce grand Géomètre avait aussi déjà remarqué, dans sa *Mécanique*, qu'il y a souvent des solutions particulières qui échappent à la solution générale, et il avait même donné une formule pour trouver ces solutions particulières dans un grand nombre de cas; mais ni M. Clairaut, ni M. Euler n'avaient encore cherché les moyens de reconnaître à priori si une solution finie, qui satisfait à une équation différentielle, est comprise ou non dans l'intégrale complète de l'équation différentielle, sans connaître cette intégrale.

« Ce Problème, qui a une grande importance dans la Théorie du Calcul intégral, n'a jamais été résolu par M. Euler dans le premier volume de son *Calcul intégral*. M. d'Alembert s'en est occupé aussi et en a donné une solution plus rigoureuse et plus générale. (Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris pour 1769.) On trouve de plus quelques principes généraux sur le même sujet dans les Ouvrages de M. le marquis de Condorcet. Enfin, je viens de lire un *Mémoire sur les solutions particulières des équations différentielles* que M. de Laplace a donné depuis peu à l'Académie des Sciences et qui doit paraître dans le volume de 1772. Dans ce Mémoire, M. de Laplace perfectionne et étend plus loin la théorie déjà connue des solutions particulières, et, ce que personne n'avait encore fait, il donne des méthodes pour trouver directement toutes les solutions particulières qui peuvent satisfaire à une équation différentielle donnée, et qui ne seraient point comprises dans la solution générale de cette équation.

« Cette lecture a réveillé d'anciennes idées que j'

même matière et occasionné les recherches suivantes, dans lesquelles je me flatte de pouvoir présenter aux Géomètres une théorie nouvelle et complète sur le point d'analyse dont il s'agit. »

La théorie de Lagrange est suffisamment connue, pour ce qui concerne les équations différentielles du premier ordre, dont on s'était exclusivement occupé avant lui, elle est exposée en effet dans tous les cours de Calcul intégral, mais il l'étend aux équations différentielles d'ordres supérieurs et même aux équations à différentielles partielles. C'est au reste le même procédé qu'il emploie dans tous les cas, mais pour se rendre compte de ce procédé, il faudra lire le Mémoire lui-même.

XL. — Sur le mouvement des nœuds des orbites planétaires.
Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1774.)

« Un des principaux effets de l'attraction mutuelle des planètes est le changement de situation de leurs orbites. La théorie fait voir que si un corps qui se meut autour d'un centre, en vertu d'une force quelconque tendante à ce centre, est attiré par un autre corps mù autour du même centre et dans le même sens, mais dans un plan différent, le nœud, c'est-à-dire l'intersection de l'orbite du corps attiré sur celle du corps attirant, regardée comme fixe, a nécessairement un mouvement rétrograde et contraire à celui des deux corps, sans compter les inégalités périodiques qui auront lieu tant dans ce mouvement du nœud que dans l'inclinaison des orbites. C'est ainsi que les nœuds de la Lune rétrogradent sur l'écliptique d'environ 19° par an, par l'action du Soleil. La même chose doit donc avoir lieu aussi à l'égard des orbites des planètes principales, dont l'attraction mu-

tuelle est un fait qu'on ne saurait plus révoquer en doute : chaque orbite doit **rétrograder** continuellement sur chacune des autres orbites : ce qui doit nécessairement produire à la longue un déplacement général de toutes les orbites planétaires. Il en est de même des orbites des satellites de Jupiter, ainsi que de celles des satellites de Saturne.

« M. Euler est le premier qui ait entrepris de déterminer le changement que le mouvement de la Terre doit souffrir par sa rétrogradation combinée avec les plans des orbites des autres planètes.

« M. de Lalande a continué cette théorie à toutes les planètes, et, après avoir examiné séparément le mouvement des nœuds de chaque planète, il a déterminé la position de chacune des cinq autres nœuds, et a examiné quel changement en résulterait dans la position de chaque orbite relativement à un plan fixe.

« Enfin M. Bailly a appliqué cette même théorie aux satellites de Jupiter et a tâché d'expliquer par là les variations observées dans les inclinaisons du second et du troisième satellites.

« Mais comme les formules que ces auteurs ont employées n'expriment à proprement parler que les variations instantanées ou différentielles des lieux des nœuds et des inclinaisons des orbites, il s'en suit qu'elles ne peuvent servir que pour un temps limité, et qu'elles sont absolument insuffisantes pour faire connaître les lois véritables des variations de ces éléments. D'où il voit que le problème dont il s'agit n'a pas encore été résolu avec toute la généralité et la précision nécessaires pour qu'on ne puisse tirer des conclusions exactes sur les phénomènes que l'action mutuelle des planètes doit produire à la longue sur la position de leurs orbites.

« L'importance de ce problème m'ayant engagé à m'en occuper, je vais communiquer ici aux Géomètres les recherches que j'ai faites depuis quelque temps pour en trouver la solution. Elles m'ont conduit à des résultats qui me paraissent mériter leur attention, tant par l'utilité dont ils peuvent être dans l'Astronomie physique, que par l'analyse même sur laquelle ils sont fondés.

« Je considère d'abord deux seules orbites mobiles l'une sur l'autre, et je donne dans ce cas une solution générale complète de la question; je fais voir ensuite que le cas de trois orbites mobiles à la fois l'une sur l'autre dépend de la rectification des sections coniques, et par conséquent ne peut être résolu par les méthodes connues; d'où je conclus qu'à plus forte raison on ne saurait se flatter de pouvoir résoudre le Problème lorsque le nombre des orbites mobiles est plus grand. Cependant, comme les orbites des planètes ainsi que celles des satellites sont peu inclinées les unes sur les autres, j'examine si cette circonstance ne pourrait pas apporter quelque simplification aux calculs, et je parviens enfin à une méthode très simple et très générale par laquelle, quel que soit le nombre des orbites mobiles, le Problème se réduit toujours à des équations différentielles linéaires du premier ordre, dont l'intégration est facile par les méthodes connues; de sorte qu'on peut par ce moyen avoir une théorie complète des principaux changements que l'attraction mutuelle des planètes doit produire dans les lieux des nœuds et dans les inclinaisons de leurs orbites. »

Lagrange est revenu plus tard sur cette question.

XLI. — *Recherches sur les suites récurrentes dont les termes*

varient de plusieurs manières différentes, ou sur l'intégration des équations aux différences finies et partielles; et sur l'usage de ces équations dans la théorie des hasards. (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1775.)

« J'ai donné, dans le premier volume des *Mémoires de Société des Sciences de Turin*, une nouvelle méthode pour traiter la théorie des équations récurrentes, en la faisant dépendre de l'intégration des équations aux différences finies. Je me proposais alors de pousser ces recherches plus loin et de les appliquer à la solution de plusieurs problèmes de la théorie des hasards; mais d'autres recherches ayant depuis fait perdre celui de vue, M. de Laplace a traité ce sujet en grande partie, dans deux excellents Mémoires sur les équations récurrentes, et sur l'intégration des équations aux différences finies et leur usage dans la théorie des hasards. Je ne puis cependant qu'on peut encore ajouter quelque chose au travail de cet illustre Géomètre, et traiter le même sujet d'une manière plus directe, plus simple et surtout plus générale; c'est l'objet des Recherches que je vais donner dans ce Mémoire; on y trouvera des méthodes nouvelles pour l'intégration des équations aux différences finies et partielles, et l'application de ces méthodes à plusieurs Problèmes intéressants du Calcul des probabilités; mais il n'est question que des équations dont les coefficients sont constants, et je réserve pour un autre Mémoire l'examen de celles qui ont des coefficients variables.

XLII. — *Sur l'altération des moyens mouvements des Planètes.* (Mémoires de l'Académie de Berlin, année

XLIII. — *Solutions de quelques problèmes d'Astronomie sphérique par le moyen des séries.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1776.)

XLIV. — *Sur l'usage des fractions continues dans le Calcul intégral.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1776.)

« On connaît depuis longtemps la méthode des séries pour intégrer par approximation les équations différentielles dont l'intégrale finie est impossible, ou du moins très difficile à trouver; mais cette méthode a l'inconvénient de donner des suites infinies, or même que ces suites peuvent être représentées par des expressions rationnelles finies. La méthode des fractions continues a tous les avantages de celle des séries et est en même temps exempte de l'inconvénient dont nous venons de parler; car, par cette méthode, on est assuré de trouver directement la valeur rationnelle et finie de la quantité cherchée lorsqu'elle en a une, parce qu'alors l'opération se termine d'elle-même. »

XLV. — *Solution algébrique d'un problème de Géométrie.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1776.)

Ce problème est celui de l'inscription dans un cercle d'un triangle dont les côtés passent par trois points donnés.

XLVI. — *Recherches sur la détermination du nombre des racines imaginaires dans les équations littérales.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1777.)

* XLVII. — *Sur quelques problèmes de l'Analyse de Dio-*

phante. (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1777.)

XLVIII. — *Remarques générales sur le mouvement de plusieurs corps qui s'attirent mutuellement en raison inverse des carrés des distances.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1777.)

Ce Mémoire ne contient guère que des démonstrations nouvelles de théorèmes donnés précédemment par d'Alembert et qui ne présentent pas un très grand intérêt.

XLIX. — *Réflexions sur l'échappement.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1777.)

L. — *Sur le problème de la détermination des comètes d'après trois observations.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, années 1778 et 1783.)

« Le fameux problème de la détermination d'une comète d'après trois observations, sur lequel Newton s'est exercé le premier et dont il ne nous a laissé que des solutions imparfaites, occupé depuis plusieurs grands Géomètres; mais leurs efforts n'ont presque abouti jusqu'à présent qu'à varier et à simplifier quelques égards les méthodes proposées par Newton, sans les rendre plus exactes et plus commodes pour la pratique. »

Lagrange discute la méthode de Newton, celles de Bouguer de Lambert, d'Euler et d'autres; il montre qu'elles laissent encore toutes à désirer; enfin il propose une méthode « directe et analytique, qui donne d'abord, et sans tâtonnement, les premières valeurs des inconnues du Problème, et par laquelle on puis

suite corriger ces valeurs et les rendre aussi exactes qu'on voudra. »

LI. — *Sur la théorie des lunettes.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1778.)

La question que Lagrange traite dans ce Mémoire est de déterminer la route d'un rayon qui traverse un nombre quelconque de lentilles disposées sur le même axe. Ce problème avait été résolu par Cotes et par Euler. Lagrange en donne une solution plus simple, dont l'avantage est dû à des artifices de notations de calcul.

LII. — *Sur une manière particulière d'exprimer le temps dans les sections coniques décrites par des forces tendantes au foyer et réciproquement proportionnelles aux carrés des distances.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1778.)

Lambert avait démontré, dans son *Traité sur les propriétés des orbites des comètes*, ce théorème que, « dans les ellipses décrites par des forces tendantes vers l'un des foyers, et agissantes en raison inverse du carré des distances, le temps employé à parcourir un arc quelconque ne dépend que du grand axe, de la corde qui sous-tend l'arc parcouru, et de la somme des rayons vecteurs qui joignent les deux extrémités de cet arc » ; en sorte que ces trois éléments étant supposés les mêmes, le temps serait aussi le même, quelle que fût d'ailleurs l'ellipse parcourue.

La démonstration de Lambert était « fondée sur une transformation ingénieuse des secteurs elliptiques, de laquelle il résulte que si, dans différentes ellipses qui aient le même grand axe, on

prend des secteurs tels que les cordes et les sommes des deux rayons vecteurs soient les mêmes, ces secteurs sont proportionnels aux racines carrées des paramètres respectifs; d'où il résulte que les temps employés à parcourir les arcs de ces secteurs doivent être les mêmes, puisque, en général, le temps est comme l'aire du secteur, divisée par la racine carrée du paramètre. »

Ce théorème offrait un moyen de ramener la détermination du temps employé à parcourir un arc d'une ellipse donnée à celle du temps employé à parcourir un arc d'une autre ellipse ayant le même grand axe, et même, comme le remarque Lagrange, au temps employé à parcourir une partie de ce grand axe, puisque l'ellipse arbitraire pouvait se réduire à son grand axe.

Mais la démonstration de Lambert était « purement synthétique »; il paraîtrait même « difficile d'y parvenir par le calcul, en sorte qu'on pourrait mettre le théorème en question dans le petit nombre de ceux pour lesquels l'Analyse géométrique semble avoir de l'avantage sur l'Analyse algébrique. »

Lagrange ne pouvait pas supporter que les choses restassent en cet état et il donne du théorème de Lambert une démonstration analytique.

[III. — *Sur différentes questions d'Analyse relatives à la théorie des intégrales particulières.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1779.)

Lagrange revient sur celui de ses Mémoires auquel nous avons donné le n° XXXIX, et qui se rapporte aux intégrales particulières des équations différentielles, intégrales que nous appelons aujourd'hui singulières; il termine son préambule par ces mots : « Je vais maintenant appliquer la théorie des intégrales partici-

lières à la solution de différentes questions d'Analyse qui n'avaient pas encore été traitées, ou du moins qui ne l'avaient pas été sous le point de vue sous lequel on les considère dans ce Mémoire. Cette application donnera en même temps le dénouement de quelques paradoxes qui se présentent naturellement dans la solution de ces mêmes questions, et servira de plus en plus à montrer l'utilité et la nécessité de la théorie dont il s'agit, dans le Calcul intégral. »

Nous nous bornerons à un seul exemple, qui suffira pour donner une idée de l'intérêt qui s'attache au Mémoire qui nous occupe : l'équation de la développée d'une courbe

$$f(x, y) = 0$$

résulterait de l'élimination de x et y entre cette équation et celles qui donnent les coordonnées p et q d'un point de la développée, savoir

$$q = y + \frac{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}{\frac{d^2y}{dx^2}} \quad \text{et} \quad p = x - \frac{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}{\frac{d^2y}{dx^2}} \frac{dy}{dx}.$$

Réciproquement, l'équation différentielle de la développée d'une courbe

$$\varphi(p, q) = 0$$

serait

$$\varphi \left[x - \frac{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}{\frac{d^2y}{dx^2}} \frac{dy}{dx}, \quad y + \frac{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}{\frac{d^2y}{dx^2}} \right] = 0.$$

Cette équation différentielle étant du second ordre, son intégrale générale devrait contenir deux constantes arbitraires. Cepen-

dant, la développante d'une courbe est absolument déterminée quand on donne sur cette courbe l'origine à partir de laquelle se fait le développement; en sorte que son équation ne renferme effectivement qu'une seule constante arbitraire.

Lagrange fait voir que l'intégration, effectuée avec toutes les précautions convenables pour ne négliger aucun des résultats auxquels peut conduire l'équation différentielle en question, fournit en effet deux solutions, dont l'une mène à l'équation de la développante qu'on avait en vue, et l'autre à celle d'un cercle ayant son centre en un point quelconque de la courbe donnée et un rayon quelconque, lequel cercle s'engendrerait de la manière suivante : le mouvement régulier d'enroulement de la tangente à la développée s'arrêtant à un instant quelconque, pour faire momentanément place à un mouvement de rotation de cette tangente autour de son point de contact, le point de cette tangente qui devrait décrire la développante, décrirait en réalité le cercle en question. L'arc de la développée cesserait de croître, p et q , par conséquent, resteraient constants ainsi que le rayon

$$\frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2y}{dx^2}} \quad \text{ou} \quad (x-p)^2 + (y-q)^2$$

du cercle osculateur à la courbe engendrée.

On conçoit que la question devait contenir cette solution, car la condition physique du mouvement de la tangente à la développée, laquelle était que l'une des lignes roulât sur l'autre, cette condition a été, dans la mise en équation, transformée

cette autre que les arcs développés des deux lignes fussent aux; or, ils restent bien égaux lorsqu'ils restent nuls l'un et l'autre.

LIV. — *Sur la construction des Cartes géographiques.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1779.)

Ce que se propose Lagrange, dans ce Mémoire, est de trouver la solution la plus générale du problème de conserver les angles, sur la Carte, en laissant la figure circulaire aux courbes représentatives des méridiens et des parallèles. La question avait déjà été étudiée par Lambert et par Euler, mais les solutions proposées n'étaient pas suffisamment générales.

LV. — *Mémoire sur la théorie du mouvement des Fluides.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1781.)

TOME V.

LVI. — *Théorie de la libration de la Lune et des autres phénomènes qui dépendent de la figure nonsphérique de cette planète.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1780.)

« C'est un phénomène reconnu depuis longtemps que la Lune nous présente toujours la même face; mais ce n'est que depuis l'invention des lunettes qu'on a pu déterminer les lois de la libration, c'est-à-dire de ces balancements que la Lune paraît faire autour de son centre, et par lesquels, dans le cours de chaque mois, elle nous cache et nous découvre alternativement, vers ses bords, quelque partie de sa surface.

« Galilée est le premier qui ait observé la libration, mais il

paraît n'en avoir bien connu qu'une partie, celle qui se fait perpendiculairement à l'écliptique, et qu'on nomme *libration en latitude*. Hévélius découvrit ensuite la *libration en longitude*, mais il était réservé à Dominique Cassini de donner une explication générale et complète de ce phénomène. Il trouva qu'il pouvait satisfaire à toutes les apparences de la libration, en supposant : 1° que la Lune tourne uniformément autour d'un axe dont les pôles, fixes sur sa surface, soient constamment élevés sur l'écliptique de $87^{\circ}\frac{1}{2}$, et, sur le plan de l'orbite, de $82^{\circ}\frac{1}{2}$, et soient toujours sur un grand cercle du globe de la Lune, parallèle au grand cercle qui passe par les pôles de l'orbite et par ceux de l'écliptique ; 2° que la rotation de cette Planète autour de son axe s'achève dans l'espace de 25 jours et 5 heures, par une période égale à celle du retour de la Lune au nœud de son orbite avec l'écliptique (il aurait fallu dire : 27 jours).

« Cette théorie, qui avait été publiée après la mort de Cassini, sans aucun détail, a été vérifiée par Tobie Mayer, qui trouva que le plan de l'équateur lunaire est incliné de $1^{\circ} 29'$ sur le plan de l'écliptique, que la section de ces deux plans est toujours un peu près parallèle à la ligne des nœuds moyens de l'orbite de la Lune, en sorte que le plan de l'écliptique tombe entre les deux plans de l'équateur et de l'orbite de la Lune, et que la Lune tourne, sur l'axe de son équateur, d'Occident en Orient, de manière que chaque point de cet équateur revient au point équinoxial lunaire dans un temps précisément égal à celui dans lequel la Lune revient au nœud par son mouvement moyen, c'est-à-dire dans l'espace de 27 jours 5 heures 6 minutes 56 secondes.

« Ces déterminations s'accordent avec celles de Cassini, à l'exception de l'inclinaison de l'équateur lunaire, que Cassini

faite de $20^{\circ}\frac{1}{2}$, et que Mayer a diminuée de 1° ... Enfin, les déterminations de Mayer se trouvent confirmées par les observations de M. de La Lande...

« Telles sont les lois de la rotation de la Lune... L'accord des nœuds de l'équateur de la Lune avec ceux de son orbite, et l'égalité entre la révolution de l'équateur de la Lune par rapport à ses nœuds, et la révolution de cette Planète dans son orbite par rapport aux nœuds de cette orbite, sont peut-être les phénomènes les plus singuliers du Système du monde. Il résulte de leur combinaison que la durée de la rotation entière de la Lune doit être parfaitement égale à celle du temps périodique de cette Planète; et cette égalité est évidemment une suite nécessaire de ce que la Lune nous montre toujours la même face; phénomène qui, pour être connu depuis longtemps, n'en est pas moins extraordinaire, quoique d'ailleurs il ne paraisse pas unique dans le Système du monde...

« Quoi qu'il en soit, comme le système de l'attraction universelle ne rend jusqu'à présent aucune raison de la rotation des Planètes autour de leurs axes, il n'en peut rendre aucune de l'égalité dont il s'agit... » Mais il suffit, pour expliquer le fait, de supposer « que la Lune ait reçu une vitesse de rotation primitive peu différente de sa vitesse moyenne de translation, et qu'ensuite l'action de la Terre détruise l'effet de cette petite différence, en empêchant le côté de la Lune qui est tourné vers la Terre de s'en écarter au delà d'un certain terme, à peu près comme l'action de la gravité retient autour de la perpendiculaire un pendule qui n'a reçu qu'une impulsion assez petite. »

Lagrange avait déjà proposé l'explication de la première partie du phénomène, dans ses *Recherches sur la libration de la Lune*,

qui obtinrent devant l'Académie des Sciences de Paris le prix de 1763 ⁽¹⁾. Mais la coïncidence des nœuds de l'équateur lunaire avec ceux de l'orbite lunaire restait inexpliquée. C'est à combler cette lacune que tend Lagrange, dans le nouveau Mémoire dont il s'agit ici.

LVII. — *Théorie des variations séculaires des éléments des Planètes.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1781.)

« Les observations ont prouvé que le mouvement elliptique des Planètes est sujet à de petites variations, et le calcul a démontré que leur attraction mutuelle peut en être la cause. Ces variations sont de deux espèces : les unes périodiques et qui ne dépendent que de la configuration des Planètes entre elles ; celles-ci sont les plus sensibles, et le calcul en a déjà été donné par différents Auteurs ; les autres séculaires et qui paraissent aller toujours en augmentant ; ce sont les plus difficiles à déterminer, tant par les observations que par la théorie. Les premières ne dérangent point l'orbite primitive de la Planète ; ce ne sont, pour ainsi dire, que des écarts passagers qu'elle fait dans sa course régulière, et il suffit d'appliquer ces variations au lieu de la Planète, calculé par les tables ordinaires du mouvement elliptique. Il n'en est pas de même des variations séculaires. Ces dernières altèrent les éléments mêmes de l'orbite, c'est-à-dire la position et les dimensions de l'ellipse décrite par la Planète ; et quoique leur effet soit insensible dans un court espace de temps, il peut néanmoins devenir à la longue très considérable.

(1) Ce Mémoire est inséré dans le Tome VI des œuvres de Lagrange.

« C'est une Théorie complète de ces sortes de variations que j'entreprends de donner; objet qui intéresse également les Astronomes et les Géomètres. »

Lagrange avait déjà attaqué ces questions dans différents ouvrages; mais il crut « devoir reprendre cette matière en entier, pour la traiter à fond et d'une manière plus directe et plus rigoureuse. »

LVIII. — *Théorie des variations périodiques des mouvements des Planètes.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1783.)

LIX. — *Sur les variations séculaires des mouvements moyens des Planètes.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1783.)

LX. — *Théorie des variations périodiques des mouvements des Planètes.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1784.)

LXI. — *Sur la manière de rectifier les méthodes ordinaires d'approximation pour l'intégration des équations du mouvement des Planètes.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1783.)

LXII. — *Sur une méthode particulière d'approximation et d'interpolation.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1783.)

La question que Lagrange résout dans ce Mémoire est celle-ci:

une fonction inconnue $\varphi(x)$ d'une variable x étant définie par une certaine relation connue qu'elle a avec celle de ses transformées que l'on obtient en remplaçant x par la fonction connue $f(x)$, on propose, étant donnée la valeur que prend $\varphi(x)$ pour une certaine valeur de x , de trouver celle qu'elle acquiert pour une autre valeur de cette variable.

LXIII. — *Sur la*
(Nouveaux Mémoi

Lagrange trouve
nairement pour détermi
théorème des moments
déterminer au moyen
démonstration :

« La somme des produits de chaque masse par le carré de sa distance à un point quelconque donné est égale au produit de la somme des masses par le carré de la distance de ce point au centre de gravité de toutes les masses, plus à la somme des produits des masses multipliées deux à deux entre elles et par le carré de leurs distances respectives, cette dernière somme étant divisée par la somme même des masses. »

LXIV. — *Méthode générale pour intégrer les équations aux différences partielles du premier ordre, lorsque ces différences ne sont que linéaires.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1785.)

« Si la naissance du Calcul intégral appartient au siècle dernier, il y a une branche importante de ce Calcul qui n'a été inventée qu'au milieu de celui-ci : c'est celle qui concerne les

ations aux différences partielles, c'est-à-dire les équations qui tiennent les différentielles d'une fonction de plusieurs variables, prises relativement à chacune de ces variables en particulier.

Tous les Problèmes de Géométrie où l'on considère des Surfaces, et tous ceux de Mécanique où l'on considère des corps flexibles ou fluides, dépendent de la Théorie de ces équations.

Les solutions qu'on peut trouver indépendamment de cette Théorie sont nécessairement incomplètes ou hypothétiques; et l'on est souvent obligé de se contenter de ces solutions limitées, à la faute de pouvoir intégrer les équations aux différences partielles dans lesquelles les solutions générales et rigoureuses sont fermées.

La plupart des recherches analytiques qu'on a faites depuis vingt ans ont eu pour objet l'intégration de ce genre d'équations, et elles ont produit différentes méthodes plus ou moins générales plus ou moins utiles. Une des plus étendues et des plus simples, tout à la fois, est, je crois, celle que j'ai donnée dans les *Mémoires de l'Académie de Berlin* pour l'année 1779⁽¹⁾, et qui apprend à intégrer toutes les équations aux différences partielles du premier ordre, dans lesquelles ces différences ne paraissent que sous la forme linéaire. Mais comme cette méthode n'y est exposée qu'en passant et presque sans démonstration, j'ai cru il serait avantageux aux progrès du Calcul intégral de la présenter de nouveau de la manière la plus directe et avec toute la généralité dont elle est susceptible. C'est l'objet de ce Mémoire, qui contiendra aussi de nouvelles recherches sur le problème des courbes.

(1) C'est celui auquel nous avons donné le numéro LIV.

La méthode de Lagrange, pour l'intégration des équations linéaires aux différences partielles, a passé dans les cours; elle est donc suffisamment connue. Elle a simplement subi l'influence des notions apportées par Monge, mais qui n'ont aucunement trait aux procédés d'intégration.

LXV. — *Théorie du mouvement des aphélie des Planètes, pour servir aux principes de Newton.* (Nouveaux Mémoires de Berlin, année 1786.)

« La théorie du mouvement des aphélie est une des parties les plus importantes de l'Astronomie du monde. Si les Planètes n'étaient soumises qu'à l'attraction du Soleil, leurs aphélie seraient immobiles; mais l'observation a montré que les aphélie changent de place, et il est naturel de regarder ce déplacement comme un effet de l'attraction mutuelle des Planètes. La détermination précise de cet effet est un Problème dont les difficultés n'ont pu être vaincues que dans ces derniers temps par le moyen d'une analyse aussi délicate que pénible. (Lagrange fait ici allusion à sa *Théorie des variations séculaires*.) Si cette analyse ne laisse rien à désirer pour la solution complète de la question, on peut néanmoins désirer encore une solution plus simple, plus à portée des Astronomes, une solution surtout du genre de celles des *Principes mathématiques*, et qui puisse servir de supplément à ce grand ouvrage. Un siècle s'est bientôt écoulé depuis qu'il a vu le jour, et un grand nombre d'Auteurs ont travaillé pour l'éclaircir et pour le compléter; mais il ne paraît pas que les parties qui ont en effet besoin d'être perfectionnées, l'aient encore été d'une manière propre à former un véritable **Commentaire** sont celles surtout qui traitent du mouvement des fluides

l'attraction mutuelle des Planètes, c'est-à-dire une partie du second Livre et presque tout le troisième, où l'on ne trouve plus cette rigueur et cette précision qui caractérisent le reste de l'ouvrage.

« Les problèmes que Newton n'avait pu résoudre avec les secours que son siècle et son génie lui avaient fournis, l'ont été ensuite en grande partie par les Géomètres de ce siècle; mais leurs solutions, fondées sur des principes différents et sur des analyses plus ou moins longues et compliquées, sont peu propres à servir de suite à un ouvrage qui brille surtout par l'élégance et la simplicité des démonstrations.

« Ce serait donc un travail très intéressant, de traduire, pour ainsi dire, ces mêmes solutions dans la langue des *Principes Mathématiques*, d'y ajouter celles qui manquent encore et de donner ainsi à la plus grande production de l'esprit humain la perfection dont elle est susceptible.

« Je n'aurai pas la témérité de me charger de ce travail; mon objet est simplement de préparer les matériaux pour un ouvrage dont l'exécution ferait peut-être autant d'honneur à notre siècle que l'Ouvrage même de Newton en a fait au siècle dernier.

« Il n'y a dans les *Principes Mathématiques* que deux endroits relatifs au mouvement des Aphélie. L'un est la proposition XLV du premier Livre, dans laquelle Newton donne une méthode générale de déterminer le mouvement des apsides dans les orbites décrites par une force tendante à un point fixe et proportionnelle à une fonction quelconque de la distance, lorsque ces orbites sont supposées presque circulaires; mais cette méthode ne s'applique point aux Planètes, parce que leurs forces perturbatrices ne sont point dirigées vers le Soleil, et ne sont point

exprimées par de simples fonctions de leurs distances à cet Astre.

« L'autre endroit est le scholie de la Proposition XIV du troisième Livre, où Newton avance sans démonstration que l'action réciproque des Planètes doit donner à leurs aphélies un mouvement direct en raison sesquiplée des distances moyennes, c'est-à-dire proportionnel aux temps périodiques. Cette loi est contredite par le calcul rigoureux des effets de l'attraction.

« L'Ouvrage de [redacted] cependant le germe d'une théorie exacte du mouvement des aphélies. Ce germe se trouve dans le troisième Corollaire de la Proposition XVII du premier Livre, où l'auteur remarque que le corps se meut dans une section conique et qu'il est dérangé de son orbite par une impulsion quelconque, on peut trouver la nouvelle orbite dans laquelle il circulera ensuite en trouvant le mouvement que ce corps a déjà avec le mouvement primitif, et cette impulsion seule lui aurait imprimé; car par ce moyen on aura le mouvement du corps, lorsqu'il part du lieu donné dans lequel il a reçu l'impulsion suivant une ligne droite donnée de position.

« Or, comme les éléments de la section conique, c'est-à-dire ses dimensions et sa position, ne dépendent que du mouvement que le corps a dans un lieu quelconque, il s'ensuit que l'effet de l'impulsion qui dérange le corps de son orbite ne consistera qu'à changer les éléments de cette orbite, et qu'on pourra toujours déterminer le changement par la Proposition dont il s'agit; et si les dérangements sont continuels, on aura les changements continuels des éléments par la même Proposition. »

LXVI. — *Sur la manière de rectifier deux endroits
Principes de Newton relatifs à la propagation* on

mouvement des ondes. (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1786.)

« Parmi les différentes Théories que Newton a données dans le **fameux** ouvrage des *Principes Mathématiques*, les unes sont **entièrement** rigoureuses et ont toute la perfection dont elles sont **susceptibles**, les autres ne sont qu'approchées et laissent plus ou **moins** à désirer du côté de l'exactitude et de la généralité.

« A la première classe appartiennent les Propositions sur le **mouvement** des corps isolés et regardés comme des points, c'est-**à-dire** toutes celles du premier Livre et une partie de celles du **second**. On doit rapporter à la seconde classe les Propositions qui **concernent** la résistance et le mouvement des fluides, et surtout **celles** qui ont pour objet l'explication des phénomènes des **marées**, de la précession des équinoxes et des différentes inégalités **du** mouvement de la Lune.

« Les sujets du système du monde, comme les plus **importants**, ont déjà été discutés avec tant de soin par les premiers **Géomètres** de ce siècle, qu'il paraît difficile d'ajouter quelque **chose** à leurs travaux, si ce n'est peut-être plus de facilité dans **les** procédés et de simplicité dans les résultats. La Théorie des **fluides** a été également l'objet de leurs recherches, et s'ils n'y ont **pas** fait des progrès aussi marqués, on doit l'attribuer unique-**ment** aux grandes difficultés dont la matière est hérissée. Les lois **générales** du mouvement des fluides ont été découvertes et ré-**duites** à des équations analytiques, mais ces équations sont si composées par la nature même de la chose, que leur résolution **complète** sera peut-être toujours au-dessus des forces de l'analyse; **et** il n'y a guères que le cas des mouvements infiniment petits qui **soit** susceptible d'un calcul rigoureux.

« Heureusement les vibrations des particules de l'air dans la production du son, et celles des particules de l'eau dans la formation des ondes sont à peu près dans ce cas; et par conséquent il est possible de déterminer les lois de ces vibrations d'une manière plus exacte que Newton ne l'a fait dans la section VIII du second livre des *Principes*. C'est ce que j'ai déjà fait ailleurs; mais je me propose de faciliter aux commentateurs les moyens d'éclaircir et de compléter ce point, qui a été regardé jusqu'ici comme un des plus importants et des plus difficiles de l'Ouvrage de Newton. »

LXVII. — *Mémoire sur la question concernant les annuités.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, années 1792 et 1793.)

La question que se propose l'auteur est la suivante :

« On demande la valeur présente d'une annuité constituée sur une ou plusieurs têtes dont les âges sont donnés, à condition qu'elle ne commence à courir qu'après la mort d'une autre personne d'un âge donné, et qu'elle cesse aussitôt que toutes les personnes, sur lesquelles l'annuité est constituée, auront passé un âge donné. »

LXVIII. — *Mémoire sur l'expression du terme général des séries récurrentes, lorsque l'équation génératrice a des racines égales.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, années 1792 et 1793.)

LXIX. — *Mémoire sur les sphéroïdes elliptiques.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, années 1792 et 1793.)

LXX. — *Mémoire sur la méthode d'interpolation.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, années 1792 et 1793.)

LXXI. — *Mémoire sur l'équation séculaire de la Lune.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, années 1792 et 1793.)

LXXII. — *Mémoire sur une loi générale d'optique.* (Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1803.)

« Mon *Mémoire sur la théorie des lunettes* contient des formules générales pour déterminer la route des rayons qui traversent un nombre quelconque de lentilles dont les foyers sont donnés.

« Ces formules donnent un résultat remarquable par sa simplicité et sa généralité, que je n'ai fait qu'indiquer dans le *Mémoire* que je viens de citer, et qui mérite particulièrement l'attention des savants, parce qu'il offre une loi aussi utile en Optique que

loi des vitesses virtuelles l'est en Mécanique. C'est ce que je vais développer dans ce nouveau *Mémoire*. »

TOME VI.

Les Mémoires contenus dans ce volume sont extraits des Recueils de l'Académie des Sciences de Paris et de la classe des Sciences Mathématiques et Physiques de l'Institut de France.

En voici l'énumération :

LXXIII. — *Recherches sur la libration de la Lune, dans lesquelles on tâche de résoudre la question proposée par l'Académie des Sciences pour le prix de l'année 1764.*

LXXIV. — Ce Mémoire a été refondu dans celui auquel nous avons donné le N° LVI.

LXXV. — *Recherches sur les inégalités des satellites de Jupiter, causées par leurs attractions mutuelles.*

Ce Mémoire, comme nous l'avons déjà dit, a disparu devant celui de Laplace sur la même question.

LXXVI. — *Essai sur le Problème des trois corps* (1772).

LXXVII. — *Sur l'équation séculaire de la Lune* (1774).

LXXVIII. — *Recherches sur la théorie des perturbations que les comètes peuvent éprouver par l'action des Planètes* (1778).

LXXIX. — *Recherches sur la manière de former des tables des Planètes d'après les seules observations* (1772).

LXXX. — *Lettre de Lagrange à Laplace relative à la théorie des inégalités séculaires des Planètes* (1772).

LXXXI. — *Recherches sur les équations séculaires des mouvements des nœuds, et des inclinaisons des orbites des Planètes* (1774).

Nous reviendrons plus loin sur ce Mémoire.

LXXXII. — *Mémoire sur la théorie des variations des éléments des Planètes, et en particulier des variations des grands axes de leurs orbites* (1808).

LXXXIII. — *Mémoire sur la théorie générale de la variation des constantes arbitraires dans tous les Problèmes de Dynamique* (1808).

LXXXIV. — *Second Mémoire sur la théorie de la variation des constantes arbitraires dans les problèmes de Mécanique, dans lequel on simplifie l'application des formules générales à ces problèmes* (1809).

TOME VII.

2 Pièces diverses non comprises dans les Recueils académiques.

LXXXV. — *Additions aux Éléments d'Algèbre d'Euler.*

Ces additions ont été écrites pour l'édition de 1798 de l'Ouvrage d'Euler, elles se rapportent à la partie de ce Traité qui concerne l'Analyse indéterminée.

« Les Géomètres du siècle passé se sont beaucoup occupés de l'Analyse indéterminée qu'on appelle vulgairement *Analyse de Diophante*; mais il n'y a proprement que Bachet et Fermat qui aient ajouté quelque chose à ce que Diophante lui-même nous a laissé sur cette matière.

« On doit surtout au premier une méthode complète pour résoudre en nombres entiers tous les Problèmes indéterminés du premier degré.

« Le second est l'auteur de quelques méthodes pour la résolution des équations indéterminées qui passent le second degré; de la méthode singulière par laquelle on démontre qu'il est impossible que la somme ou la différence de deux carrés-carrés puisse jamais être un carré; de la solution d'un grand nombre

de Problèmes très difficiles, et de plusieurs beaux Théorèmes sur les nombres entiers, qu'il a laissés sans démonstration, mais dont la plupart ont été ensuite démontrés par Euler dans les *Commentaires de Pétersbourg*.

« Cette branche de l'Analyse a été presque abandonnée dans ce siècle, et, si l'on en excepte Euler, je ne connais personne qui s'y soit appliqué; mais les belles et nombreuses découvertes que ce grand Géomètre nous ont bien dédommagées de l'espèce d'indifférence que les Géomètres paraissent avoir eue jusqu'ici pour ces recherches. Les *Commentaires de Pétersbourg* sont pleins de travaux d'Euler dans ce genre, et l'Ouvrage qu'il vient de publier est un nouveau service qu'il rend aux amateurs de l'Arithmétique de Diophante. On n'en avait jusqu'ici aucun où cette Science était traitée d'une manière méthodique, et qui renfermât et expliquât les principales règles connues jusqu'ici pour la solution des Problèmes indéterminés. L'Algèbre d'Euler réunit ce double avantage; mais pour la rendre encore plus complète, j'ai cru devoir y faire plusieurs additions dont je vais rendre compte en peu de mots.

« La théorie des fractions continues est une des plus utiles de l'Arithmétique, où elle sert à résoudre avec facilité des Problèmes qui, sans son secours, seraient presque intraitables; mais elle est d'un plus grand usage encore dans la solution des Problèmes indéterminés, lorsqu'on ne demande que des nombres entiers. Cette raison m'a engagé à exposer cette théorie avec toute l'étendue nécessaire pour la bien faire entendre..... je donne ensuite des applications nouvelles de cette théorie à l'Analyse indéterminée. Je détermine les minima qui peuvent avoir lieu dans les formules indéterminées à deux inconnues, surtout dans ce

second ordre, et je démontre, relativement à celles-ci des propositions remarquables qui n'étaient pas connues, ou qui n'avaient pas encore été démontrées d'une manière générale et directe. On remarquera principalement une méthode particulière pour réduire en fractions continues les racines réelles des équations du second degré, et une démonstration rigoureuse que ces fractions doivent toujours être nécessairement périodiques.

« Les autres additions concernent la résolution des équations indéterminées. Bachet avait donné, en 1624, la résolution complète des équations indéterminées du premier degré. Celle des équations du second degré n'a paru qu'en 1769 (dans le *Mémoire XIX* de Lagrange). On la redonne ici simplifiée et généralisée de manière à ne rien laisser à désirer.

« A l'égard des équations indéterminées des degrés supérieurs au second, on n'a encore que des méthodes particulières pour les résoudre dans quelques cas, et il est à présumer que, pour ces sortes d'équations, la résolution générale devient impossible passé le second degré, comme elle paraît l'être passé le quatrième pour les équations déterminées.

« Enfin le dernier paragraphe renferme des recherches sur les fonctions qui ont la propriété que le produit de deux ou de plusieurs fonctions semblables est aussi une fonction semblable.... »

LXXXVI. — *Leçons élémentaires sur les Mathématiques, données à l'École Normale en 1795.* (Journal de l'École Polytechnique, VII^e et VIII^e cahiers.)

Ces leçons ne sauraient être analysées, il faut les lire et les relire sans en perdre un mot. Ce sont des leçons élémentaires de Philosophie scientifique, la plus haute que l'on puisse rencontrer.

LXXXVII. — *Essai d'analyse numérique sur la transformation des fractions.* (Journal de l'École Polytechnique, V^e cahier.)

LXXXVIII. — *Sur le principe des vitesses virtuelles.* (Journal de l'École Polytechnique, V^e cahier.)

LXXXIX. — *Discours sur l'objet de la théorie des fonctions analytiques.* (Journal de l'École Polytechnique, VI^e cahier.)

LXXXX. — *Solution de quelques problèmes relatifs aux triangles sphériques, avec l'analyse complète de ces triangles.* (Journal de l'École Polytechnique, VI^e cahier.)

LXXXXI. — *Eclaircissement d'une difficulté singulière qui se rencontre dans le calcul d'attraction des sphéroïdes très peu différents de la sphère.* (Journal de l'École Polytechnique, XV^e cahier.)

LXXXXII. — *Compas de réduction pour la distance de la Lune aux Étoiles.* (Connaissance des Temps, 1795.)

LXXXXIII. — *Sur l'origine des Comètes.* (Connaissance des Temps, 1812.)

« J'ai été curieux de rechercher quelle serait la force d'explosion nécessaire pour briser une Planète, de manière qu'un de ses morceaux pût devenir Comète.

« Le problème n'est pas difficile en lui-même, parce qu'on connaît depuis Newton la manière de déterminer les éléments de l'orbite que doit décrire un corps projeté avec une vite

donnée et suivant une direction donnée; mais il s'agit d'obtenir des formules qui donnent des résultats simples et généraux.

LXXXXIV. — *Remarques sur la méthode des projections pour le calcul des éclipses de Soleil ou d'Étoiles.* Connaissance des Temps, 1816.

LXXXXV. — *Sur le calcul des éclipses sujettes aux parallaxes.* Connaissance des Temps, 1815.

LXXXXVI. — *Nouvelle méthode pour déterminer l'orbite des Comètes d'après les observations.* Connaissance des Temps, 1818.)

LXXXXVII. — *Nouveau moyen de déterminer les longitudes de Jupiter et de Saturne au moyen d'une table à simple entrée.* (Éphémérides de Berlin, 1781.)

LXXXXVIII. — *Addition au Mémoire sur le calcul des éclipses sujettes aux parallaxes.*

LXXXXIX. — *Sur la diminution de l'obliquité de l'Écliptique.* (Éphémérides de Berlin, 1782.)

« M. Euler est le premier qui ait démontré la diminution de l'obliquité de l'Écliptique, en faisant voir que la rétrogradation des nœuds de l'orbite de la Terre, sur l'orbite de chacune des Planètes principales, causée par l'action de ces Planètes, doit nécessairement diminuer l'angle de l'Écliptique avec l'Équateur, du moins dans sa position actuelle »

sition qui doit aussi changer à la longue par l'action mutuelle de toutes les Planètes. »

Euler avait en effet, donné des résultats (*Mémoires de l'Académie de Berlin pour 1754*) mais sans démonstrations, il trouvait $47'' \frac{1}{2}$ pour la diminution séculaire. Les données dont il s'était servi, empruntées à Newton, n'étaient pas assez approchées.

« La démonstration que la suppression a été restituée par M. de Lalande » est parvenue à peu près au même résultat qu'Euler, mais elle est plus exacte. Depuis $1' 28'' 11$; la masse de Vénus ayant paru de plus en plus sensiblement augmentée, à la suite des observations faites pendant le passage de 1761.

« Tel était l'état de l'Astronomie physique lorsque j'ai entrepris, il y a cinquante ans, de le résoudre avec toute la rigueur et la généralité à laquelle il est susceptible, ne me bornant pas, ainsi qu'on l'avait fait avant moi, à donner les formules différentielles qui n'expriment que les variations instantanées, mais en intégrant ces formules pour avoir des résultats applicables à tous les temps, intégration qui avait jusqu'alors échappé aux efforts des Géomètres. Mes Recherches sur ce sujet sont imprimées parmi les *Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris* pour l'année 1774. C'est à servir d'éclaircissement et de supplément au même Recueil qu'est destiné le présent Mémoire. »

C. — *Sur les interpolations.* (Éphémérides de Berlin, 1783.)

Cl. — *Valeurs des variations annuelles des éléments des orbites des Planètes.* (Éphémérides de Berlin, 1786.)

CII. — *Équations pour la détermination des éléments de l'orbite d'une Planète ou d'une Comète, au moyen de trois observations peu éloignées.* (Éphémérides de Berlin, 1786.

CIII. — *Essai d'Arithmétique politique sur les premiers besoins de l'intérieur de la République.* An IV.

CIV. — *Lettre de Lagrange à Fagnano.*

CV. — *Note sur un Paradoxe qu'on rencontre dans les formules de l'attraction d'un point vers une surface quelconque.*

« Voici en quoi consiste le paradoxe. Soit considérée l'attraction d'une surface sphérique sur un point placé sur la surface même dans le cas des forces en raison inverse des carrés des distances. Si l'on commence par considérer le point au-dehors de la surface, et que, ayant trouvé l'expression générale de son attraction, on fasse ensuite évanouir la distance de ce point à la surface, on aura 2π pour l'attraction. Au contraire, si le point est d'abord supposé au dedans de la surface, son attraction se trouve toujours égale à zéro, d'où elle reste encore nulle quand le point vient toucher la surface même. Que si l'on veut d'abord supposer le point comme placé sur la surface, on obtient pour son attraction la formule de son attraction $= 2\pi \dots$. Je dis que cette attraction dépend du point de la surface qui coïncide avec le point même qui exerce une force finie égale à 2π , lorsqu'on lui donne une distance. »

Cette force change naturellement de signe lorsque le point attiré change de sens par rapport à la surface et se trouve en

trois volumes

21 — 22, 22 — 23 et 23.

CVI. — Note sur la Méthode du Calcul infinitésimal
(Mémoires de Turin, 1760-1761.)

CVII. — Formules relatives au mouvement du boulet dans l'intérieur du canon.

TOME VII.

Ce volume contient le *Traité de la Résolution des équations numériques de tous les degrés, avec des Notes sur plusieurs points de la Théorie des équations algébriques.*

Le Mémoire sur la résolution des équations numériques et les additions qui y avaient été faites d'abord, se trouvent déjà dans le Tome II des Œuvres de Lagrange. Le tout est reproduit ici, mais suivi des notes que Lagrange y ajouta successivement dans deux éditions de 1798 et de 1808.

Nous n'avons pas à revenir ici sur la partie principale de l'Ouvrage.

Quant aux notes qui y sont ajoutées elles ne sont pas toutes nouvelles, en ce que les questions auxquelles elles se rapportent avaient déjà été traitées par Lagrange dans d'autres Mémoires, dont nous avons rendu compte, autant que nous le pouvions.

La principale de ces notes est la dernière, où Lagrange parvient à la résolution algébrique complète des équations binômes de tous les degrés, en se fondant sur un théorème de Fermat démontré par Euler et sur une idée due à Gauss.

TOME IX.

Théorie des Fonctions analytiques, contenant les principes du Calcul différentiel dégagés de toute considération d'infiniment petits, d'évanouissants, de limites et de fluxions, et réduits à l'analyse algébrique des Quantités finies.

« L'objet de cet Ouvrage, dit Lagrange, est de donner la théorie des fonctions, considérées comme primitives et dérivées, de résoudre par cette théorie les principaux problèmes d'Analyse, de Géométrie et de Mécanique qu'on fait dépendre du Calcul différentiel, et de donner par là à la solution de ces problèmes toute la rigueur des démonstrations des Anciens. »

La première édition de la *Théorie des Fonctions analytiques* est de 1797, la seconde, un peu plus étendue, est de 1813.

TOME X.

Leçons sur le Calcul des Fonctions.

Ces leçons « destinées à servir de Commentaire et de Supplément à la première partie de la *Théorie des Fonctions analytiques* offrent un cours d'Analyse sur cette partie du calcul qu'on nomme communément *infinitésimale* ou *transcendante* et qui n'est proprement que le calcul des Fonctions. »

Professées à l'École Polytechnique en 1799, elles ont été publiées d'abord en 1801, dans les *Séances des Écoles Normales*, puis en 1804, dans le *Journal de l'École Polytechnique*, enfin, en 1806, en un volume séparé.

TOMES XI et XII.

Mécanique Analytique.

TOMES XIII et suivants.

Correspondance de Lagrange.

ES).

[Né à Greenock (Écosse) le 26 janvier 1736, mort à Heathfield en 1819.]

Il doit être mis au nombre des hommes qui ont fait le plus d'honneur à l'humanité. Un homme simple, cultivateur établi dans le comté d'Aberdeen, périt au milieu des guerres religieuses qui ont ensanglanté l'Ecosse; son grand-père, Thomas Watt, dépossédé par le parti vainqueur, fut recueilli par des parents éloignés et parvint à se faire par l'étude une position indépendante. Il s'établit à Greenock, pour y enseigner les Mathématiques, et mourut à quatre-vingt-douze ans, après avoir exercé longtemps la magistrature dans le bourg de Crawfords-Dyke. Son père, James Watt, trésorier du conseil municipal de Greenock et magistrat de la ville, était à la fois fournisseur d'appareils et instruments nécessaires à la navigation, entrepreneur de bâtisses et négociant. Il mourut à quatre-vingt-quatre ans,

James Watt, quoiqu'il ait fourni lui-même une longue carrière, était né avec une santé assez délicate pour que ses parents dussent fréquemment interrompre les leçons qu'il recevait à l'école primaire publique de Greenock et le laissassent le plus souvent s'oc-

cuper à la maison, selon ses goûts, de la construction de petites machines, de dessins géométriques, etc. Sa tante lui dit un jour avec impatience : « James, je n'ai jamais vu un jeune homme plus paresseux que vous ; prenez donc un livre et occupez-vous utilement. Voilà plus d'une heure que vous n'avez articulé un seul mot. Savez-vous ce que vous avez fait pendant tout ce temps-là ? Vous avez ôté, remis et ôté encore le couvercle de la théière ; vous avez regardé sortir la vapeur et recueilli les gouttes d'eau qu'elle formait dans la cuiller. N'est-ce pas une honte que d'employer ainsi son temps ? » Mais son père trouvait, au contraire, plaisir à le voir s'enfoncer dans ses muettes méditations et ne permettait pas qu'on l'en fit sortir malgré lui.

La vive imagination de l'enfant s'exerçait de toutes les manières. Une note rédigée, en 1798, par M^{me} Marion Campbell, sa cousine et sa compagne d'enfance, en fournit un précieux témoignage. Sa mère ayant été obligée de le confier à une amie durant une absence de quelques semaines, cette amie le lui rendit en lui disant : « Chaque nuit, quand l'heure du coucher approche, votre fils trouve toujours le moyen de faire quelque conte qui en amène un second, puis un troisième, et ces contes ont tant de charme, que les heures succèdent aux heures sans que nous nous en apercevions. »

Son père continuait de le laisser se diriger lui-même, et sa dévorante activité intellectuelle s'attaquait à tous les sujets d'étude : Botanique, Minéralogie, Géologie, Physique, Chimie, Médecine, Chirurgie, Histoire, Poésie et érudition. Mais quelques revers de fortune qui vinrent frapper sa famille le firent renoncer à ses douces habitudes de savant *farniente*. Pour ne pas rester à charge à son père, il alla, en 1755, se placer à Londres, chez un habile

constructeur d'instruments de Mathématiques, à qui il ne tarda pas à rendre importants services.

Au bout d'une année, il s'était déjà rendu maître de tous les secrets du métier qu'il venait d'embrasser et songea à s'établir lui-même à Glasgow constructeur d'instruments de précision. L'université de cette ville lui accorda le titre de son ingénieur et disposa en sa faveur une boutique, d'où elle lui permit d'établir des appareils de physique et de mathématiques d'aujourd'hui conservés.

Adam Smith, Black et Robison, qui étaient alors à Glasgow, qui avaient protégé ses débuts, devinrent bientôt se réunissaient chez lui pour s'y entretenir de projets de travaux scientifiques. Robison, qui était alors à l'université de Glasgow, raconte ainsi les succès flatteurs qu'obtint le jeune ouvrier ingénieur : « Quoique élève encore, j'avais la vanité de me croire assez avancé dans la Mécanique et la Physique; mais lorsqu'on me présenta à Watt, je ne fus pas médiocrement mortifié en voyant à quel point le jeune ouvrier m'était supérieur. Dès que, dans l'université, une difficulté nous arrêta, nous courions chez notre artiste. Chaque question soulevée devenait pour lui un sujet d'études et de découvertes. Jamais il ne lâchait prise avant d'être parvenu à une solution complète. Un jour il apprenait l'allemand pour pouvoir tirer profit de l'ouvrage de Léopold sur les machines; un autre jour l'italien pour un motif analogue... La simplicité du jeune ingénieur lui attirait la bienveillance de tous ceux qui le voyaient. Il me serait même impossible de citer un second exemple d'un attachement aussi sincère et aussi général accordé à une personne. »

Ce sont ses fonctions d'ingénieur de l'université de Glasgow qui amenèrent Watt à s'occuper des perfectionnements à introduire dans la construction de la machine à vapeur. Le cabinet de Physique de l'université contenait de la machine de Newcomen un petit modèle qui n'avait jamais bien fonctionné. Watt, chargé de le mettre en état, reconnut bien vite les vices énormes de cette machine et entreprit aussitôt les grandes recherches qui ont immortalisé son nom.

Dans la machine de Newcomen, le même vase faisait successivement fonction de chaudière, de corps de pompe et de réfrigérant la dépense en combustible était énorme et le jeu du piston extrêmement lent. Watt commença par séparer le cylindre, où le piston devait se mouvoir, de la chaudière, d'une part, et du condenseur de l'autre. Il ne fut plus dès lors nécessaire d'interrompre à chaque instant l'action du feu, et le cylindre put rester constamment chaud. Bientôt la machine mit elle-même en jeu les pompes destinées, l'une à épuiser l'air du condenseur, la seconde à y envoyer l'eau froide, la troisième à en retirer l'eau nécessaire à l'alimentation de la chaudière. Les communications entre la chaudière et le corps de pompe d'une part, le corps de pompe et le condenseur de l'autre, furent établies et supprimées alternativement par le jeu de soupapes mues par la machine elle-même et d'un modèle parfait. Enfin la tige du piston put se mouvoir en ligne droite au moyen de l'ingénieuse invention du parallélogramme articulé.

Dans les machines atmosphériques, la pression de l'air était la véritable force mouvante de la machine, la vapeur introduite dans le bas du corps de pompe ne servait qu'à faire équilibre à la pression atmosphérique et à rendre libre l'action des contre-poids

pour faire remonter le piston. Le corps de pompe devait donc rester ouvert à sa partie supérieure; mais l'air, en s'y précipitant derrière le piston, le refroidissait. Pour éviter cet inconvénient, Watt ferma le cylindre à ses deux bouts, substitua l'action de la vapeur à celle de l'air sur la face supérieure du piston, la partie inférieure du corps de pompe étant alors en communication avec le condenseur, et, pour ramener les conditions du mouvement ascensionnel, remplaça l'équilibre de l'air et de la vapeur, sur les deux faces du piston, par celui de la vapeur elle-même, en mettant en communication les deux parties du corps de pompe par le jeu de la soupape d'équilibre. C'étaient trois inventions en une seule. En même temps, il enveloppa le cylindre d'une chemise de vapeur, préservée elle-même du contact de l'air par un lattis en bois.

Tous les perfectionnements dont nous venons de parler n'étaient encore qu'en projet, ou du moins n'étaient réalisés que dans un modèle de laboratoire. Watt ne trouva qu'en 1767 les moyens de les exécuter en grand. Il s'associa avec le docteur Robbuck, à qui il céda les deux tiers de ses droits, et put voir s'achever sa première machine. Elle répondit à son attente; mais la fortune de son associé était déjà compromise, et de nouveaux revers vinrent achever de briser les espérances de l'inventeur. En 1767 à 1774, Watt s'occupa de divers projets de canaux; en 1774, il fut mis en relation avec un manufacturier de Birmingham, M. Boulton, et devint peu après son associé. Les deux obtinrent du Parlement une prolongation du privilège accordé en 1769 et créèrent à Soho les ateliers d'où sont sorties les puissantes machines dites de Cornouailles, qui réalisaient les projets antérieurement formés par Watt. Ces machines, à simple

effet, admirablement appropriées aux services qu'elles devaient rendre, sont peut-être celles qui font le plus d'honneur à Watt. Il est inouï, en effet, que jamais projet ait été porté de prime abord à un pareil degré de perfection. Les machines de Cornouailles, presque abandonnées aujourd'hui à cause de leur lenteur et de leur immensité, sont, de toutes les machines connues, celles dont le rendement, 80 pour 100, est le plus considérable. Les deux associés recevaient pour redevance le tiers du prix du charbon dont leurs machines, comparées à celles de Newcomen, procuraient l'économie pour la même quantité de travail. Les bénéfices étaient énormes, et les acquéreurs de ses pompes suscitèrent à Watt une infinité de procès pour chercher à s'affranchir du paiement des redevances qu'ils avaient souscrites. Heureusement, le bon droit triompha.

Si l'on compare la grossière pompe de Newcomen aux admirables machines de Cornouailles et qu'on se rende compte du chemin déjà parcouru, on s'étonnera que Watt ne se soit pas arrêté après avoir obtenu d'aussi grands résultats. Cependant, dès 1776, il conçoit le plan de la machine à double effet, destinée à communiquer à un arbre un mouvement continu de rotation ; il substitue aux soupapes d'admission et d'exhaustion le tiroir relié à l'arbre par un excentrique et une manivelle. Quant à la soupape d'équilibre, elle se trouvait naturellement supprimée. Il arme l'arbre d'un volant destiné à uniformiser le mouvement de la machine et adapte au conduit destiné à amener la vapeur le régulateur à force centrifuge. Enfin, en 1782, il prend un brevet pour l'invention de la détente.

« Il est, dit Arago, peu d'inventions, grandes ou petites, parmi celles dont les machines à vapeur offrent l'admirable réunion,

qui ne soient le développement d'une des premières idées de Watt. Suivez ses travaux, vous le verrez proposer des machines sans condensation, où la vapeur, après avoir agi, se perd dans l'atmosphère, pour les localités où l'on se procurerait difficilement de grandes quantités d'eau froide. La détente à opérer dans des machines à plusieurs cylindres figurera aussi parmi les projets de l'ingénieur de Soho. Il suggérera l'idée des pistons parfaitement étanches, quoique composés exclusivement de pièces métalliques. C'est encore Watt qui recourra le premier à des manomètres à mercure pour apprécier l'élasticité de la vapeur dans la chaudière et dans le condenseur; qui imaginera une jauge simple et permanente, à l'aide de laquelle on connaîtra toujours et d'un coup d'œil le niveau de l'eau dans la chaudière; qui, pour empêcher que ce niveau ne puisse varier d'une manière fâcheuse, liera les mouvements de la pompe alimentaire à ceux d'un flotteur; qui, au besoin, établira sur une ouverture du couvercle du principal cylindre de la machine un indicateur destiné à fournir la mesure du travail moteur transmis par la machine, etc. »

Nous avons rapidement indiqué les principaux perfectionnements apportés par Watt à la machine à vapeur; mais son activité s'est appliquée à un grand nombre d'autres recherches. Un jour, il invente la presse à copier, pour laquelle il prend un brevet en 1780; il imagine le chauffage à la vapeur en 1783; la même année, le 26 avril, il donne à Priestley, son ami, l'explication de sa fameuse expérience sur la combinaison de l'oxygène et de l'hydrogène. « Quels sont, lui écrit-il, les produits de votre expérience? De l'eau, de la lumière, de la chaleur. Ne sommes-nous pas, dès lors, autorisés à en conclure que l'eau est un com-

Posé des deux gaz, oxygène et hydrogène, privés d'une partie de leur chaleur latente ou élémentaire; que l'oxygène est de l'eau privée de son hydrogène, mais uni à de la chaleur et à de la lumière latentes? » Cette idée fut d'abord traitée d'absurde à la Société Royale.

Enfin, Watt introduisit en Angleterre le blanchissage au chlore, d'après la méthode de Berthollet.

Il a très peu écrit; on a cependant de lui quelques Mémoires insérés dans le recueil de la Société Royale de Londres et dans celui de l'Académie des Sciences de Paris.

Watt avait épousé, en 1764, sa cousine, miss Miller, dont l'esprit distingué et le caractère élevé le soutinrent dans ses premières luttes contre les obstacles que lui suscitait l'esprit de routine. Elle mourut en couches de son troisième enfant. Après quelques années de veuvage, il eut le bonheur de trouver une seconde compagne, miss Mac-Gregor, également digne de lui. Il se retira complètement des affaires en 1800, pour jouir des douceurs de la vie patriarcale. « Les qualités du cœur, dit Arago, étaient chez lui encore au-dessus des mérites du savant. Une candeur enfantine, la plus grande simplicité de manières, l'amour de la justice poussé jusqu'au scrupule, une inépuisable bienveillance, ont laissé de lui, en Écosse et en Angleterre, des souvenirs ineffaçables. » Sa mémoire était prodigieuse et son érudition immense. Voici le portrait qu'a tracé de lui Walter Scott, dans la préface de son *Monastère* :

« Watt n'était pas seulement le savant le plus profond, celui qui, avec le plus de succès, avait tiré de certaines combinaisons de nombres et de forces des applications usuelles; il n'occupait pas seulement un des premiers rangs parmi ceux qui se font remar-

: l'étendue, la variété des misères auxquelles il serait possible de soustraire les peuples, si l'on s'occupait plus sagement de leur bien-être, et le nombre et la puissance des forces que la nature offrirait contre tant de fléaux, si l'on fit en répandre et en encourager l'étude.

La paix, en 1763, Parmentier revint à Paris et y reprit ses études relatives à sa profession. Il obtint au concours, en 1764, une place d'apothicaire adjoint aux Invalides, et fut nommé pharmacien en chef de cet établissement en 1772; mais les vices de charité, qui avaient eu jusque-là la libre administration de la pharmacie, ne trouvèrent pas leur compte à la mesure qu'on leur imposait et firent tant de tapage qu'il fallut en faire un parti. L'administration décida que Parmentier continuait à jouir de son traitement, mais ne remplirait plus ses fonctions.

À la première occasion que rencontra Parmentier de produire ses idées en public lui fut offerte en 1771. La disette de 1769 avait profondément ému les esprits; l'Académie de Besançon avait pris comme sujet de prix d'*Indiquer les végétaux qui pourraient suppléer en temps de disette à ceux qu'on emploie communément à la nourriture des hommes*. Parmentier indiqua des moyens nouveaux d'extraire l'amidon de racines et de semences jusque-là sans emploi et remporta le prix. Mais il s'aperçut bientôt que les mesures qu'il avait indiquées lors du concours n'étaient rien de pratique, et c'est alors qu'il entreprit sa célèbre expérience en faveur de la propagation de la culture des pommes de terre. Ce précieux végétal, transporté du Pérou en Europe au commencement du xvi^e siècle, était très répandu en Allemagne, en France, ainsi qu'en Irlande; Turgot avait essayé de le pro-

pager dans le Limousin et l'Angoumois, mais les préjugés publics opposaient un obstacle presque insurmontable; le contrôleur général se vit obligé de demander à la Faculté de Médecine un avis qui pût rassurer les esprits. Parmentier parla d'abord, sur le tubercule prétendu dangereux, une analyse chimique et il montrait qu'aucun de ses éléments ne nuisait à la santé; sachant combien il est difficile de lutter contre la crainte, il pensa que, pour la battre en brèche, il lui fallait une haute protection; cette protection, il la trouva dans Louis XVI lui-même. Comme il se proposait, avant tout, d'écarter l'imagination des Parisiens, il sollicita et obtint du monarque, pour l'essai qu'il méditait, 50 arpents de la plaine des Sablonx. Ces sables stériles furent labourés pour la première fois par les soins de Parmentier, qui leur confia la plante qu'il voulait réhabiliter. Émerveillé de son succès, Parmentier cueilla un bouquet de ces précieuses fleurs et courut à Versailles le présenter au monarque. Louis XVI accepta l'offrande avec bienveillance, et, malgré les sourires moqueurs de quelques-uns des courtisans qui l'entouraient, il en para la boutonnière de son habit.

De ce moment, la cause de la pomme de terre fut gagnée. Les grands seigneurs et les dames, qui jusqu'alors avaient beaucoup ri de ce qu'ils appelaient la folie du bonhomme, s'empressèrent d'imiter l'exemple de Louis XVI et d'adresser leurs félicitations au modeste philanthrope. Des gardes placés autour des champs excitaient la curiosité et l'avidité de la foule; mais ces gardes exerçaient leur surveillance que pendant le jour. Bientôt on annonça à Parmentier que ses pommes de terre avaient été vendues pendant la nuit. A cette nouvelle, il ne se sentit pas de

nie et récompensa largement celui qui la lui avait apportée. Il se voyait dans ce vol qu'un nouveau genre de succès. « Si l'on vole la pomme de terre, se dit-il, c'est qu'il n'existe plus de préjugé contre elle. » Peu de temps après, il donna un grand repas où, parmi les notabilités de l'époque, assistèrent Franklin et Lavoisier. Le tubercule de la plaine des Sablons, préparé sous toutes les formes, y fournissait seul la substance de tous les mets. Les liqueurs mêmes en étaient extraites. C'est ainsi que, grâce aux généreux efforts d'un seul homme, la France vit la pomme de terre se placer à un rang honorable parmi les richesses agricoles.

Pendant quarante ans, il ne se lassa pas de la recommander dans une foule de brochures, dans les journaux et dans les revues. Il eut à la longue le bonheur de réussir, et ce fut une des joies de sa vieillesse.

Au reste, ce n'est pas là le seul service qu'il ait rendu : il avait étudié avec soin non seulement la culture des principales plantes pouvant remplacer le blé, telles que le maïs, la châtaigne, etc., mais encore les procédés de panification. C'est à lui que sont dus les derniers perfectionnements apportés à la mouture et au blutage du blé dont on n'extrayait que très incomplètement la farine, sauf à en faire manger le son aux hommes dans un grand nombre de localités. C'est lui aussi qui a propagé l'usage du sirop de raisin, lequel a rendu tant de services pendant les guerres de la République et de l'Empire; qui améliora la confection des soupes économiques, des biscuits pour les marins, etc. C'est encore lui qui rassura le public sur la salubrité des eaux de la Seine, lors de l'établissement de la pompe à feu de Chaillot; il contribua aussi à la propagation de la vaccine; il rétablit l'ordre

dans le service de la pharmacie des hôpitaux de Paris, pour lesquels il rédigea le *Code pharmaceutique* (Paris, 1802, in-8°); il surveillait la boulangerie centrale des établissements de charité et dirigeait encore l'hospice des Ménages.

On doit à Parmentier de nombreux écrits remplis de détails intéressants, mais d'un style diffus, et dépourvus d'ordre méthodique. Nous citerons, entre autres : *Examen chimique des pommes de terre* (Paris, 1777); *Le Parfait boulanger* (1777, in-8°); *Traité de la châtaine* (1780, 2 vol. in-8°); *Recherche sur les végétaux nourris, dans les temps de disette, peuvent remplacer les aliments ordinaires* (1781, in-8°); *Méthode facile de conserver à frais les grains et les farines* (1784, in-8°); *Avis sur la manière de traiter les grains et d'en faire du pain* (1787, in-8°); *Traité sur la culture et les usages des pommes de terre, de la patate et des topinambours* (1789, in-8°); *Économie rurale et domestique* (1790, 8 vol. in-18); *Avis sur la préparation et la forme à donner au biscuit de mer* (1795); *l'Art de faire les eaux-de-vie et les vinaigres* (1801); *Traité sur l'art de fabriquer les sirops et conserves de raisin* (1810); le *Mais sous tous ses rapports* (1812), etc. Outre ces publications sur l'alimentation du peuple et de nombreux articles insérés dans divers recueils et journaux, on a de lui une traduction avec notes des *Récréations physiques* de Model et une édition de la *Chimie hydraulique* de Lagaraye.



GUYTON DE MORVEAU (LOUIS-BERNARD).

(Né à Dijon en 1737, mort en 1816.)

D'abord avocat-général au Parlement de Dijon, il ne tarda pas à résigner ses fonctions pour se livrer entièrement à l'étude de la Chimie, qu'il professait déjà publiquement et gratuitement, avant d'abandonner sa charge.

Il publia en 1772 des *Digressions académiques* sur le phlogistique et la cristallisation.

Il fit pratiquer, en 1776, dans la cathédrale de Dijon et dans les prisons de la ville des fumigations acides pour neutraliser les miasmes contagieux.

Il se démit de sa charge en 1782 et publia, cette année même, dans le *Journal de Physique*, son plan de nomenclature, qu'il refondit en 1787 avec l'aide de Lavoisier, Fourcroy et Berthollet.

Il publia en 1786 le premier volume du *Dictionnaire de Chimie*.

Envoyé à l'Assemblée législative, en 1791, par le département de la Côte-d'Or, puis à la Convention en 1792, il vota la mort de Louis XVI et devint membre du Comité de Salut public, où il rendit de grands services pour l'organisation des moyens de défense.

Il entra à l'Institut lors de sa formation, en 1796, et fut l'un des fondateurs de l'École Polytechnique où il professa la Chimie et dont il devint Directeur.

Ce fut sur son rapport que le Gouvernement décida l'emploi des aérostats en campagne.

Voici les titres de ses principaux ouvrages : *Combustion du*

diamant; Ciments propres à bâtir sous l'eau; Affinités et composition des sels; Composition de certains gaz; Pyromètre; Découverte d'un minéral composé uniquement de magnésie et d'acide carbonique; Éléments de Chimie théorique et pratique; Nomenclature chimique.



HEI LAUME).

(Né à Hanover, mort en 1822.)

Il était fils d'un musicien, même, dans sa jeunesse, entra dans la musique du régiment gardes hanovriennes, où il jouait du hautbois, puis il fut professeur de Musique et organiste dans différentes villes.

Il se rendit en Angleterre en 1757, résida quelques années dans le comté de Durham, ensuite à Halifax, puis fut appelé à Bath comme directeur de la musique à la chapelle Octogone. Il jouissait alors d'une grande aisance.

S'étant essayé, en 1774, à construire un télescope, et y ayant assez bien réussi pour pouvoir apercevoir Saturne, il en prit un goût marqué pour les observations astronomiques, auxquelles il s'adonna ensuite tout entier à partir de sa brillante découverte d'Uranus, en 1781. Cette découverte lui valut une grande réputation et la faveur du roi Georges III, qui l'appela à Selough, près de Windsor, et le mit en état de se livrer, sans autres préoccupations, à ses études favorites.

L'Université d'Oxford lui conféra le grade, tout honorifique, de docteur ès lois, la Société royale astronomique le choisit pour

président; enfin, il fut élu membre correspondant de l'Institut de France. Son principal ouvrage est le *Catalogue d'étoiles* qu'il dressa en collaboration avec sa sœur, miss Caroline Herschel; il a publié, en outre, de 1782 à 1818, un grand nombre de mémoires dans le *Recueil de la Société royale de Londres*.

Nous allons passer en revue ses principales découvertes.

Ses premiers télescopes avaient déjà une supériorité marquée sur tous ceux qu'on avait employés avant lui; mais il parvint plus tard à en construire de bien plus parfaits et qui produisaient un grossissement inouï jusqu'alors. Un perfectionnement important qu'il apporta à la construction de ces appareils fut de disposer le miroir, par rapport à l'objet et à l'observateur, de façon à éviter la déperdition d'une partie considérable des rayons lumineux. Grégory et Newton employaient, comme on sait, deux réflecteurs, l'un de grande dimension, au foyer duquel se formait l'image, l'autre, plus petit, dont l'office était de renvoyer cette image à l'observateur; ce second miroir, nécessairement placé entre le grand réflecteur et l'objet, interceptait une partie notable des rayons; d'ailleurs, la seconde image, obtenue par deux réflexions successives, se trouvait trop affaiblie. Herschel imagina d'incliner un peu le grand miroir, de façon que l'observateur, placé un peu de côté à l'extrémité supérieure du tube, pût la recevoir directement, sans cependant s'interposer entre l'objet et le réflecteur.

Le miroir du grand télescope d'Herschel avait 1^m,47 de diamètre et pesait 1000^{kg}; la distance focale était de 12^m. Le grossissement, qu'Herschel n'a, du reste, pu déterminer bien exactement, était évalué par lui à 6000. L'appareil, monté sur un châssis à roulettes, pouvait être orienté tout d'une pièce par le

moyen d'un treuil. Un système complet de mâts, de poulies et de cordages servait à donner à l'énorme tube une inclinaison et une direction convenables. On conçoit que des moyens si grands et si nouveaux devaient faciliter de nombreuses découvertes. Celle d'Uranus est aujourd'hui le moindre titre de gloire d'Herschel; elle était, du reste, inévitable, et le nouveau télescope n'y était pas nécessaire : l'astre présentant l'aspect d'une étoile de cinquième grandeur, les grands travaux entrepris pour la rédaction des nouveaux catalogues n'auraient pas pu la laisser échapper. Il est remarquable, au reste, que la nouvelle planète avait déjà été observée plusieurs fois, comme simple étoile fixe, par Flamsteed en 1690, par Mayer en 1756, et par Lemonnier en 1765. Comme elle emploie quatre-vingt-quatre ans à faire le tour du ciel, son mouvement presque imperceptible ne pouvait que difficilement la déceler. Aussi n'est-ce pas ce mouvement qui la fit connaître : Herschel, qui l'avait aperçue par hasard en passant la revue du ciel, ne s'y arrêta que parce qu'elle lui parut présenter un diamètre sensible. En l'observant plusieurs jours de suite, il lui reconnut aisément un petit mouvement; mais on était alors si éloigné de penser à la découverte de planètes nouvelles, qu'Herschel ne vit d'abord dans Uranus qu'une comète exceptionnellement dépourvue de nébulosité.

Herschel aborda, dès 1782, des recherches d'un genre entièrement neuf, qu'il a continuées depuis avec succès, et qui formèrent le point de départ de ce qu'on a appelé l'*Astronomie stellaire*. Certaines étoiles, observées à son puissant télescope, se décomposaient en deux, trois, etc. A cette époque, on n'avait pas encore imaginé de faire descendre les étoiles de leur dignité d'astres fixes; mais les positions relatives de deux étoiles assez voisines pour

paraître confondues, lorsqu'on observait avec de bonnes lunettes, pouvaient s'intervertir ou du moins subir quelques variations durant une révolution annuelle de la terre. Herschel espérait trouver dans l'observation des étoiles multiples un moyen de déterminer leurs parallaxes annuelles. Mais l'observation attentive des groupes qu'elles forment lui a révélé ce fait bien plus important et auquel on était loin de s'attendre, que, pour un grand nombre de ces groupes, les étoiles qui les composent ont, les unes par rapport aux autres, des mouvements assimilables à ceux des planètes par rapport au soleil, et qui paraissent comme ceux-ci dus à la gravitation. Les observations plus modernes n'ont fait que confirmer sous ce rapport les idées d'Herschel.

La première nébuleuse dont il ait été question fut signalée, en 1612, par Simon Marius; Huyghens en découvrit une autre en 1656, dans la constellation d'Orion; Halley n'en connaissait que six; Lacaille et Messier en portèrent le nombre à 96; Herschel en découvrit à lui seul plus de 2,500, qu'il distingue en nébuleuses résolubles et nébuleuses non résolubles. Ces dernières lui paraissaient formées de matière cométaire, et il pensait que c'est cette matière qui, en se condensant, forme à la longue les étoiles elles-mêmes. L'examen attentif du ciel permet, en effet, de reconnaître, parmi certaines nébuleuses, des étoiles pour ainsi dire en voie de formation : on y distingue quelques points brillants, nageant dans une atmosphère lumineuse formée de matière cosmique.

Une longue observation de la voie lactée avait suggéré à Herschel une idée que divers astronomes ont adoptée depuis : il supposait que toutes les étoiles sont répandues dans l'espace de manière à s'éloigner assez peu d'un plan et à former une couche que

nous ne voyons que par sa tranche, notre soleil s'y trouverait lui-même plongé. Les étoiles les plus éloignées en apparence de la voie lactée en feraient partie comme les autres; mais ce seraient celles entre lesquelles notre soleil serait immédiatement compris; et que, pour cette raison, nous verrions dans toutes les directions.

Toutes ces théories, quoique contestables, ont cependant été généralement admises. Mais il nous reste à mentionner en l'honneur d'Herschel des découvertes plus positives.

Uranus a six satellites qu'Herschel découvrit le premier et dont il détermina les révolutions et les orbites. Les plans de ces orbites sont presque perpendiculaires à celui de l'écliptique; c'est un fait encore sans exemple.

On ne connaissait alors que cinq des huit satellites de Saturne; Herschel découvrit les deux plus voisins de l'anneau, et finit par la durée des révolutions de cet anneau et de la planète elle-même.

L'observation des taches de Mars lui permit de fixer la durée de sa révolution à $24^h 40^m$, et l'inclinaison du plan de son équateur sur celui de son orbite à $28^{\circ} 42'$. Cette inclinaison, comparable à l'obliquité de l'écliptique sur notre équateur, devait faire supposer dans Mars des saisons analogues aux nôtres; et, en effet, Herschel reconnut aux deux pôles de la planète des taches blanches analogues à celles que doivent former nos glaces polaires, et variables de grandeur avec l'inclinaison sous laquelle elles reçoivent les rayons solaires.

Il est encore à Herschel qu'on doit la détermination de l'aplatissement de Jupiter, $\frac{1}{17}$; la durée de sa rotation, dix heures à peu près; l'inclinaison de son équateur sur le plan de son orbite, 2° à 3° .

Herschel déterminait les diamètres des planètes par une méthode ingénieuse, mais qui eût exigé la connaissance exacte du

grossissement de son télescope; toutefois cette méthode pouvait donner au moins les rapports des diamètres entre eux. Voici en quoi elle consiste : tandis qu'il observait d'un œil l'image de la planète, il faisait porter en avant de l'autre un petit disque en papier blanc, que l'aide approchait ou éloignait jusqu'à ce que les deux diamètres parussent de même grandeur. Le quotient du diamètre du disque par la distance devait donner la mesure de l'angle formé à l'œil, ou le diamètre apparent du disque, par conséquent celui de l'image agrandie de la planète. C'est ainsi qu'Herschel a mesuré les diamètres de Cérès et de Pallas, lors de la découverte de ces deux planètes, en 1801. Les valeurs qu'il obtint ont été trouvées plus tard plus exactes que celles qu'avaient données d'autres astronomes, Olbers entre autres.

En s'élevant graduellement du simple état d'artiste exécutant au rang de membre et de correspondant des plus illustres sociétés scientifiques de l'Europe, Herschel avait voulu refaire lui-même entièrement son éducation scientifique et y avait complètement réussi, si l'on en juge par la traduction qu'il donna du *Calcul différentiel* de Lacroix. Il s'intéressait, au reste, très vivement aux progrès de toutes les Sciences, et la Physique lui est redevable d'une découverte toute aussi importante et bien plus inattendue que celles dont il a enrichi l'Astronomie : c'est celle des rayons du spectre solaire, qu'on a depuis désignés sous le nom d'*infra-rouges*. Il cherchait, à l'aide d'un thermoscope, à évaluer le pouvoir échauffant des rayons inégalement réfrangibles qui forment le spectre solaire, et avait reconnu que ce pouvoir va en augmentant du violet au rouge. C'était déjà un fait fort intéressant; mais quel ne fut pas l'étonnement du monde savant d'apprendre que le thermomètre, placé au delà du rouge, indiquait un flux de cha-

leur plus abondant qu'à l'intérieur du spectre lui-même ! Il existait donc, dans un faisceau de lumière solaire, des rayons invisibles, moins réfringibles que les rayons rouges ; et l'action calorifique du faisceau était principalement due à la présence de ces rayons. Le fait parut d'abord tellement incroyable, que quelques savants se promirent d'inqualifiables attaques contre l'auteur d'une si belle découverte. On sait qu'on a depuis trouvé au-delà du violet d'autres rayons invisibles, sans chaleur sensible, mais qui conservent une action chimique.

Les brillantes découvertes de Bessel en Astronomie ne le mettent certainement pas au-dessous des Hipparque, des Copernic, des Kepler, des Newton, et à la hauteur des Ptolémée, des Tycho, des Lalande ; mais il serait injuste de ne voir dans cet homme qu'un observateur heureux et habile : il fallait du génie pour combiner comme il l'a fait les moyens d'observation et agrandir à un tel point les facultés de nos organes.



LA FOLLIE (LOUIS-GUILLAUME DE).

(Né à Rouen en 1739, mort en 1780).

Il s'occupa utilement avec Dambourney à perfectionner l'art de la teinture. Il fixa sur le fil la couleur *rouge des Indes*, et inventa pour la teinture sur laine un mordant qui porte encore le nom d'*apprêt de la Follie*. Il proposa au Gouvernement un vernis pour préserver de l'action corrosive de l'eau de mer le cuivre employé au doublage des vaisseaux.



LEXELL.

(Né en 1740, mort en 1784.)

Il a publié dans les Actes de Saint-Pétersbourg une étude intéressante de la courbe lieu des sommets des triangles sphériques de même aire et de même base; il a étendu aux hyperboles de même axe transverse le théorème de Lambert sur les ellipses qui ont même grand axe; enfin il a donné une solution élégante du problème d'inscrire dans un cercle un triangle dont les côtés passent par trois points donnés.



WENZEL (CHARLES-FRÉDÉRIC).

(Né à Dresde en 1740, mort à Freyberg en 1793.)

Fils d'un pauvre relieur de Dresde, il quitta sa famille à l'âge de quinze ans pour aller étudier en Hollande. Il entra comme élève chez un pharmacien d'Amsterdam, où il étudia la Médecine en même temps que la Pharmacie. Il fut admis comme chirurgien dans la marine hollandaise et y resta jusqu'en 1776. Il se fixa alors momentanément à Dresde, où il exerça la Médecine, en même temps qu'il faisait des cours de Chimie. L'électeur de Saxe l'appela à sa cour en 1780, en qualité de premier médecin, d'abord, et ensuite de directeur des mines de Freyberg.

C'est Wenzel qui a établi définitivement la loi des proportions définies, qui porte son nom à juste titre. L'ouvrage où il démontre cette loi est intitulé : *Leçons sur l'affinité des corps* (Dresde, 1777).

lorsque on mélange deux sels solubles tels que, par exemple, des bases ou de leurs acides, ils peuvent former deux nouveaux sels. Si l'un soit insoluble, la réaction se fait immédiatement. Cela démontre que les éléments des deux sels primitifs se trouvent en entier dans les deux sels qui résultent de la réaction. Pour expliquer le fait, il fit des expériences avec d'autres : 123 parties de chaux ou 222 parties de potasse neutralisent 246 parties d'acide nitrique; la même quantité d'acide sulfurique qui sature 123 parties de chaux, on trouve qu'elle est la même que celle qui sature 222 parties de potasse. Inversement les quantités d'acide sulfurique et d'acide nitrique qui saturent une même quantité de base quelconque satureront aussi des quantités équivalentes de base.

C'est ce que Geoffroy, Homberg et Bergmann avaient découvert. On peut pressentir ces lois : Richter, professeur à l'université de Wenzel et l'étendit considérablement en publiant sa *table d'équivalents*.

Wenzel et de Richter, dit M. Dumas, ont établi les rapports suivant lesquels se remplacent les bases avec les acides, et les acides dans les bases, et sur la constance des rapports. Les métaux se substituent les uns aux autres. C'est d'un grand intérêt. On pourrait donc croire que c'est immédiatement tous les chimistes; il

DE SAUSSURE (HORACE-BÉNÉDICT).

(Né à Genève en 1740, mort dans la même ville en 1799.)

a chaire de Philosophie à l'Académie de Genève étant devenue vacante en 1762, Saussure l'obtint, quoiqu'il n'eût encore que vingt-deux ans. Il l'occupa avec distinction pendant vingt-sept années. Cependant, son attention se porta particulièrement sur la Physique, la Météorologie, la Botanique et la Minéralogie. En 1768, Saussure vint à Paris et y suivit les cours de Lavoisier. Il visita ensuite la Belgique, la Hollande et l'Angleterre. En 1772, il partit pour l'Italie, visita la Toscane, s'arrêta quelque temps aux mines de fer de l'île d'Elbe et se rendit ensuite à Naples, où Hamilton monta avec lui sur le mont Vesuvius. A Catane, la vue majestueuse de l'Etna lui inspira le projet d'atteindre sa plus haute cime, dont il fixa la hauteur, au moyen du baromètre, à 3,338 mètres. Dans toutes ces courses, que dans toutes celles qu'il fit ensuite dans les Alpes, on le vit, le marteau à la main, à la recherche de quelque observation intéressante concernant la Minéralogie ou la Botanique.

La dernière Science, surtout, eut pour lui un attrait particulier. « Au milieu de ses voyages dans les Alpes, dit Cuvier, sur les cimes les plus escarpées, parmi ces méditations profondes, qui embrassaient tout ce que la nature nous présente de grand et d'imposant sur le globe, il recueillait avec soin la moindre observation et la notait dans son livre avec complaisance. Il semblait trouver quelque douceur à la vue de ces derniers êtres vivants, dans le voisinage des immenses ruines de la nature. C'est par la même manière qu'il a terminé ses écrits, comme elle les avait commencés. »

Saussure se démit, en 1786, de sa chaire de Philosophie à Genève. Frappé d'une attaque de paralysie en 1794, il ne lui fut plus possible de parler en public. Il était président de la Société des Arts, de Genève, qui s'était formée dans sa maison vers 1772 ; membre des Académies de Naples, de Stockholm, de Lyon, de la Société médicale de Paris, etc.

Saussure a rendu de grands services à la Science, non seulement par ses travaux, mais encore par les divers instruments utiles et ingénieux qu'il améliora ou dont il fut l'inventeur, l'anémomètre, l'électromètre, l'hygromètre, etc.

« Des expériences de Saussure, on vit sortir, dit Cuvier, une science presque nouvelle et la Météorologie commença à entrevoir des principes raisonnables. »

Il observa le premier la singulière propriété des infusoires de se multiplier par segmentation. Mais c'est surtout par ses recherches géologiques qu'il a acquis de la célébrité.

« C'était à lui, dit Cuvier, qu'il était réservé de porter le premier un œil vraiment observateur sur ces ceintures hérissées qui entourent le globe, et où les substances qui composent le noyau de notre planète se montrent au physicien ; de faire connaître avec détail la nature de ces substances, leur ordre, ou plutôt le désordre qu'y ont mis les catastrophes qui les ont ainsi entassées ; de jeter enfin quelque lumière sur les événements qui ont précédé l'état actuel du monde, et sur lesquels on n'avait presque avant lui que les idées les plus vagues ou les systèmes les plus hasardés... Pour mieux saisir l'importance de ce qu'a fait Saussure en ce genre, il faut se rappeler l'état où se trouvait la théorie de la Terre. On peut dire qu'avant lui on se doutait à peine qu'il y eût quelque constance dans la disposition mutuelle des sub-

stances minérales, et que l'on n'avait sur les causes de leur arrangement que des hypothèses gratuites. Buffon même, dans ses premiers volumes (les seuls qui eussent paru alors), confondait encore les divers ordres de montagnes et semblait croire toutes leurs couches horizontales. Deluc, Pallas et quelques minéralogistes suédois et allemands ne faisaient que commencer des observations plus suivies et n'avaient jusqu'à-là tiré aucun résultat général de ce qu'ils avaient vu... La connaissance des pierres ou la Lithologie était encore confuse et fautive; Saussure entreprit de lui donner de la rigueur, et il le fit avec un succès que Romé-DeLille et Werner ont eu peine à surpasser. On lui doit la connaissance de plus de quinze espèces de minéraux... Il a constaté que le granit est la roche primitive par excellence, celle qui sert de base à toutes les autres; il a démontré qu'elle s'est formée par couches, par cristallisations dans un liquide, et que si ces couches sont aujourd'hui presque toutes redressées, c'est à une révolution postérieure qu'elles doivent leur position. Il a montré que les couches des montagnes latérales sont toujours inclinées vers la chaîne centrale, vers la chaîne de granit; qu'elles lui présentent leurs escarpements comme si leurs couches se fussent brisées sur elle... Il a fait voir qu'entre les montagnes de différents ordres il y a toujours des amas de fragments, de pierres roulées, et tous les indices de mouvements violents. Enfin, il a développé l'ordre admirable qui entretient et renouvelle dans les glaces des hautes montagnes les réservoirs nécessaires à la production des grands fleuves. S'il eût donné un peu plus d'attention aux pétrifications et à leurs gisements, on peut dire qu'on lui devrait presque toutes les bases qu'a obtenues jusqu'ici la Géologie... Il faut avoir bien du courage pour résister à

la tentation de faire un système : de Saussure eut ce courage, et nous en ferons le dernier trait et le trait principal de son éloge. »

Voici la liste de ses ouvrages :

Dissertatio physica de igne (1759, in-4); *Recherches sur l'écorce des feuilles et des pétales* (1762, in-12); *De præcipuis errorum nostrarum causis* (1762, in-4); *Dissertatio physica de electricitate* (1766, in-8); *Exposition abrégée de l'utilité des conducteurs électriques* (1771, in-4); *De aqua* (1771, in-8); *Projet de réforme pour le collège de Genève* (1774, in-8); *Description des effets électriques observés à Naples, dans la maison de milord Tilney* (in-4); *Voyages dans les Alpes* (1779-1796, 4 vol. in-4, figures), dont le premier volume parut en 1779, le second en 1786 et les deux derniers en 1796. C'est le plus grand et le plus important ouvrage de l'auteur. Citons encore : *Eloge de Seigneux* (1787, in-8); *Eloge historique de Ch. Bonnet* (1787, in-8); *Eloge du roi de Prusse* (1787, in-8); *Essai sur l'hygrométrie* (1783, in-4); *Relation abrégée d'un voyage à la cime du mont Blanc* (1787, in-8); *Défense de l'hygromètre à cheveu* (1788, in-8). Saussure a publié, en outre, dans les journaux et les mémoires des sociétés savantes dont il était membre, dans le *Journal de physique*, dans le *Journal de Paris*, le *Journal des mines*, la *Bibliothèque britannique*, etc., une foule d'écrits dont plusieurs sont des traités complets. On distingue, entre autres, ceux qui roulent sur la *Constitution physique de l'Italie*, sur l'*Histoire physique du ballon lancé à Lyon le 19 janvier 1784*, sur l'*Usage du chalumeau en minéralogie*, etc.

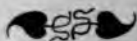


BRONGNIART (ANTOINE-LOUIS).

(Né à Paris vers 1740, mort en 1804.)

Après avoir vécu pendant quelque temps de leçons particulières de Physique et de Chimie, il fut nommé professeur de Chimie appliquée au collège de Pharmacie, apothicaire de Louis XVI, pharmacien militaire, pendant les guerres de la Révolution, enfin professeur au muséum d'Histoire naturelle.

Le principal de ses ouvrages est intitulé : *Tableau analytique des combinaisons et des décompositions de différentes substances* (1778).



SIGAUD-LAFOND (JOSEPH-AIGNAN).

(Né à Bourges en 1740, mort à Bourges en 1810.)

Son père était horloger ; il fut reçu maître en Chirurgie en 1770 ; il s'adonna à l'art des accouchements, où il acquit une grande réputation.

Il s'occupait depuis longtemps déjà de Physique et avait remplacé Noller au collège Louis-le-Grand en 1760. Il reconnut avec Macquer que le produit de la combustion de l'hydrogène est de l'eau. La Convention lui avait fait une pension de 3000 francs.

Il fut élu de l'Institut en 1796, comme membre associé.



BAYLY.

(Né vers 1740, mort en 1810.)

... élu en 1769, par la Société Royale de Londres,



d'aller observer au cap Nord le passage de Vénus sur le Soleil, mission dont il s'acquitta utilement pour la Science, il prit ensuite part à plusieurs expéditions scientifiques. Il accompagna, notamment, Cook dans son voyage aux terres australes, en 1772, et en rapporta des observations astronomiques qui ont été publiées à Londres.



MONTGOLFIER (JOSEPH-MICHEL).

[Né à Vidalon-lez-Annonay (Ardèche) en 1740, mort en 1811.]

ET

MONTGOLFIER (JACQUES-ÉTIENNE).

(Né à Vidalon-lez-Annonay en 1745, mort en 1799.)

Leur père exploitait une manufacture de papiers, qu'il avait étendue et perfectionnée et dont il vivait à l'aise au milieu de ses neuf enfants, de plusieurs parents et de ses ouvriers. Tous ses enfants montrèrent du goût pour les Sciences, principalement pour la Mécanique; mais deux d'entre eux seulement ont laissé un souvenir durable. Ce sont Joseph-Michel et Jacques-Étienne, qui, associés dans presque toutes leurs recherches, ne pourraient que difficilement être séparés par l'Histoire.

Joseph, d'un caractère très doux et très modeste, mais très indépendant, très mobile et très enthousiaste, fit au collège d'Annonay d'assez mauvaises études, à la fin desquelles il retourna dans la maison paternelle pour s'associer aux travaux de la manufacture. Mais son esprit avide de nouveautés lui faisait voir sur tous les points la possibilité de perfectionnements rarement approuvés par son père. Voulant jouir de plus de liberté, il alla

onder dans l'aînée la manufacture de papiers de Vain, et
société avec son frère Augustin.

Cette entreprise ne paraît pas avoir été bien prospère : Joseph
non seulement n'attendait généralement pas, pour faire des
innovations, que l'expérience eût pu l'éclairer sur les avantages
des nouveaux procédés que son esprit inventif lui suggérait ;
mais il se laissait à chaque instant détourner de l'objet de son
commerce par des vœux et des projets qui n'y avaient plus aucun
rapport ; il était du reste assez confiant et assez peu habile pour
penser que ses débiteurs aient pu un instant en imposer aux juges
et le faire emprisonner à sa place.

Son mariage, en 1770, rétablit ses affaires et ramena l'ordre
dans sa maison, dont il put laisser la direction à sa femme, et
se consacrant seulement à la vente des produits. Les fréquents voyages
qu'il faisait dans ce but et toujours à pied lui permettaient de
se livrer à son imagination et de s'abandonner à ses
conjectures.

Il avait imaginé pour l'imprimerie les planches
à vapeur. Les Diderot ne firent usage que bien postérieurement
des planches de Callet ; il avait formé le plan d'une
nouvelle machine à vapeur, etc. Mais l'hydraulique et la
mécanique venaient sans cesse dans ses préoccupations.

Joseph Étienne, il se livrait avec ardeur à la
chimie, lorsqu'une expérience vulgaire vint lui
montrer qu'il avait le conduire au but désiré. La vue
de la flamme au-dessus de la flamme, qui se
levait, fut l'occasion de sa découverte.

Joseph Étienne faite à Avignon par Joseph,

parallélépipède de taffetas, les deux frères parvinrent à un ballon de grandeur médiocre, puis un autre un peu grand. Les états particuliers du Vivarais s'assemblaient à Annonay; les deux frères saisirent cette occasion pour publier publiquement leur expérience. Elle réussit à souhait et ils consignèrent dans leur procès-verbal, le 5 juin 1783, la découverte dont l'honneur devait rejaillir sur la province. Les journaux répétèrent à l'envi la nouvelle, qui fit bientôt le sujet de toutes les conversations. Montgolfier fut mandé à Paris; Étienne qui répondit à l'appel; il s'était occupé de Mathématiques, puis d'architecture sous la direction de Soufflot et avait par là même pu aller diriger la manufacture de papiers de son père. Tout en faisant prospérer son établissement, il se livrait à des recherches sur les machines nouvelles, des procédés plus simples, pour vaincre le secret du papier vélin, etc. Il vint rendre compte à l'Académie des Sciences des moyens que son frère et lui avaient employés. L'Académie, sur le rapport de ses commissaires, jugea que la découverte était complète quant à ses effets en général; elle plaça, le 20 août 1783, par acclamation, les deux frères sur une tribune élevée de ses correspondants et leur accorda, « comme à des inventeurs auxquels on doit un art nouveau, qui fera époque dans l'histoire des Sciences humaines », le prix de 600 livres, fondé pour l'encouragement des Sciences et des Arts. Étienne, qui avait été mandé à la cour, fit enlever à Versailles, devant le roi, le 19 septembre 1783, un immense aérostat qui monta à 240 toises et finit par s'abattre dans le bois de Vaucresson. Très satisfait de cette expérience, Louis XVI donna à Étienne le cordon de Saint-Etienne et des lettres de noblesse pour son père. Quant à Joseph, il obtint une pension et 40,000 livres pour de nouvelles recherches

sur les moyens de diriger les aérostats, qu'on appela alors montgolfières. La même année, les états du Languedoc votèrent la somme nécessaire pour élever à Annonay un monument commémoratif de la découverte.

Le gouvernement voulut faire les frais des expériences qui devaient être poursuivies à Paris. En même temps, Joseph, cédant aux vœux des habitants de Lyon, leur offrait le spectacle d'un aérostat de 126 pieds de hauteur sur 102 de diamètre, et s'aventurait avec Pilâtre de Rozier, dans cette montgolfière libre, le 19 janvier 1784.

Après avoir tenté diverses recherches pour satisfaire au vœu de l'Académie touchant la direction à donner aux aérostats, Joseph Montgolfier s'occupa de son béliet hydraulique qui, par la singularité des lois de son fonctionnement, devait aussi attirer forcément l'attention.

L'Académie adopta unanimement le rapport fait par Charles, au nom du jury des prix décennaux, qui plaçait le béliet hydraulique « au premier rang des inventions utiles dont la Mécanique s'était enrichie depuis douze ans ».

Joseph Montgolfier quitta les affaires, à la Révolution, pour se rendre à Paris, où il fut nommé administrateur du Conservatoire des Arts et Métiers, puis membre de l'Institut (1807) et chevalier de la Légion d'honneur.



CHAULNES (MARIE-JOSEPH D'ALBERT D'AILLY, DUC DE).

(Né en 1741, mort en 1793.)

Fils de Michel Ferdinand, il indiqua l'usage de l'alcali volatil pour rappeler à la vie les asphyxiés par l'acide carbonique. Il en

fit l'expérience sur lui-même, en s'asphyxiant par la vapeur du **Charbon**, après avoir donné à ses serviteurs les instructions **nécessaires** pour le ranimer.



BOECKMANN (JEAN-LAURENT).

(Né à Lübeck en 1741, mort en 1802.)

Professeur de Mathématiques et de Physique au Gymnase académique de Carlsruhe. Il propagea activement l'instruction dans le pays de Bade. On a de lui, entre autres ouvrages : *Premiers éléments de Mécanique* (1769); *Physique descriptive* (1775).



PALLAS (PIERRE-SIMON).

(Né à Berlin le 22 septembre 1741, mort à Berlin le 8 septembre 1811.)

Son père, qui était professeur de Chirurgie au collège de Berlin, le destinait à la Médecine, mais il lui fit d'abord apprendre les langues vivantes. Pallas, qui conserva toute sa vie un goût particulier pour ce dernier genre d'études, a rendu plus tard de grands services en faisant connaître en Europe un grand nombre de dialectes mongols et caucasiques.

Après avoir suivi à Berlin les cours de Gleditsch, de Meckel et de Roloff, et à Göttingue ceux de Røedern et de Vogel, il alla terminer ses études de Médecine à Leyde, sous Albinus Gaubius et Musschenbroeck. Les belles collections rassemblées en Hollande lui révélèrent sa vocation de naturaliste. Il publia dès 1766, à La Haye, un *Elenchus zoophytorum* (tableau des zoophytes) et des *Miscellanea zoologica*, où le monde savant reconnut avec

surprise, dans un auteur de vingt-cinq ans, les mérites des maîtres formés par de longues études : la sagacité et la patiente exactitude. Dans son *Elenchus zoophytorum*, il se prononçait, avec un rare bonheur, pour toutes les théories nouvelles que l'étude plus attentive des faits a depuis consacrées d'une manière définitive. Il rejetait la division arbitraire des êtres naturels en trois règnes, enseignait que les plantes ne forment qu'une des classes du règne organique, comme les quadrupèdes, les poissons, les insectes et les mollusques, et repoussait d'autres, et repoussait l'idée systématique d'une classification unique des êtres vivants. Dans ses *Miscellanea zoologica*, il fit un jour tout nouveau sur la classe entière des animaux vertèbres, repoussait pour ces animaux le moyen de division fondé sur la présence ou l'absence d'une coquille et établissait un nouvel ordre fondé sur les analogies et les différences de leur structure.

Ces deux ouvrages lui avaient fait une grande réputation en Europe. L'impératrice Catherine II voulait se l'attacher; elle lui fit offrir une place à l'Académie de Saint-Petersbourg. Pallas accepta et mit toute son activité au service de la Russie, durant quarante ans, de 1768 à 1809. La première expédition à laquelle il prit part fut celle qu'avait organisée l'impératrice pour aller observer en Sibérie le passage, attendu en 1769, de Vénus sur le soleil, Pallas y fut associé comme naturaliste, et ses goûts le portèrent à joindre, à la mission dont il était chargé, des études sur les langues et les mœurs des habitants des contrées qu'il avait à visiter. La commission était composée de sept astronomes, de cinq naturalistes et de plusieurs élèves; elle partit au mois de juin 1768. Elle devait se diviser en route, chacun ayant sa mission particulière. Pallas passa l'hiver à Simbirsk, sur le Volga,

Descendit le Jaik au printemps suivant et visita les bords de la mer Caspienne. Ses observations lui permirent d'affirmer que cette mer avait eu autrefois une étendue bien plus considérable. Il visita ensuite les mines de l'Oural et hiverna à Tobolsk. Il en repartit en 1772 pour visiter les monts Altaï et leurs mines, qu'il pense avoir été exploitées autrefois par les ancêtres des Hongrois. Il atteignit, en 1773, les confins nord de la Chine, revint par le Caucase et rentra à Saint-Pétersbourg en 1774.

Les récits intéressants de ce long et pénible voyage font partie des publications de l'Académie de Saint-Pétersbourg.

Pallas revint accablé de toutes sortes de maux ; ses compagnons, encore plus maltraités, ne vécurent même pas assez pour pouvoir publier eux-mêmes leurs observations ; c'est lui qui prit soin de leur rendre ce dernier devoir.

Les fruits de cette longue exploration de contrées alors totalement inconnues furent considérables. Pallas avait profondément observé la terre, les plantes, les animaux et les hommes ; il put faire l'histoire complète du musc, du glouton, de la zibeline et de l'ours blanc, histoire si bien faite, dit Cuvier, que l'on peut dire qu'aucun quadrupède n'est mieux connu que ceux-là. Les rongeurs lui fournirent la matière d'un volume entier, tant il en avait découvert d'espèces. Leur histoire, leur anatomie y étaient traitées avec cette richesse dont Buffon et Daubenton avaient seuls donné l'exemple avant lui ; il rapportait les découvertes d'un solipède compris entre l'âne et le cheval et d'une nouvelle espèce de chat sauvage ; des notions plus étendues sur l'âne dont la queue fournit les étendards des pachas turcs ; les descriptions d'une infinité d'oiseaux, de reptiles, de poissons, de mollusques, de vers et de zoophytes qu'aucun naturaliste n'avait encore pu

observer de manière à les classer exactement; les éléments d'une flore tout nouvelle pour les Occidentaux, mais surtout une théorie féconde des révolutions du globe. Une considération attentive de deux grandes chaînes de montagnes de la Sibérie lui fit apercevoir cette règle générale, qui s'est vérifiée ensuite partout, de la succession des trois ordres primitifs de montagnes : les granitiques au milieu, les schisteuses à leurs côtés, et les calcaires en dehors. Ce grand fait, nettement exprimé en 1791, fut lu à l'Académie, a donné naissance à toute la géologie. La découverte, presque incroyable alors, d'un pays où l'on pouvait gelé avec sa peau et sa chair et celle d'un autre où l'on ne pouvait marcher que sur des plaques de fer, à laquelle Pallas ne craignit pas d'ajouter la découverte d'un monde céleste, ajoutèrent encore un nouvel intérêt à un voyage si plein de faits importants.

Nous avons déjà dit que Pallas rapporta de ses voyages une monographie complète de la race mongole; c'est à lui qu'on doit en Europe la connaissance du lamisme et de ses rites.

L'impératrice Catherine le combla à son retour de faveurs de toutes sortes et lui confia l'éducation du grand-duc Alexandre et de son frère; mais le séjour des villes lui était devenu insupportable. Il profita de la conquête de la Crimée pour accompagner sa souveraine dans le voyage triomphal que lui avait préparé Potemkin, et alla revoir le Caucase. A son retour à Saint-Pétersbourg, il manifesta le désir de s'établir en Crimée pour y chercher la guérison des infirmités gagnées dans ses courses aventureuses. Catherine lui fit présent de deux villages et d'une riche propriété près de Simphéropol. Pallas passa quinze ans dans ce pays, où il sut encore rendre d'importants services, notamment celui d'y acclimater la vigne; mais l'isolement lui

devint peu à peu tellement insupportable, qu'à près de soixante-dix ans il se défit à vil prix de ses propriétés pour revoir sa patrie, où il mourut après avoir eu à peine le temps de retrouver le peu d'amis ou de parents qu'il y avait laissés. de renouer quelques relations avec le monde saçant et de se mettre au niveau des progrès accomplis pendant sa longue absence.



ROCHON (ALEXIS-MARIE).

(Né à Brest en 1741. mort en 1817.)

Il avait été destiné à l'état ecclésiastique et pourvu d'un bénéfice, mais il ne fut jamais que clerc tonsuré. Nommé à vingt-quatre ans bibliothécaire de l'Académie royale de marine à Brest, correspondant de l'Académie des Sciences, puis astronome de la marine, il fut désigné pour accompagner le général Breugnot dans son ambassade au Maroc et y faire des recherches scientifiques. Il releva les longitudes de plusieurs stations, au moyen de la méthode que venait de faire prévaloir Lacaille, en observant les distances des étoiles à la lune.

Chargé, en 1768, de reconnaître les écueils de la mer des Indes et de déterminer la route la plus sûre pour se rendre aux îles de France et de Bourbon, non seulement il s'acquitta avec succès de cette mission, mais il eut le bonheur de prévenir la perte de la corvette sur laquelle il était monté, en signalant au capitaine la présence d'un écueil sur lequel il s'avancait. A son retour en Europe, il reçut en présent, à La Corogne, un gros lingot de platine, métal récemment découvert, dont il apprécia aussitôt les avantages pour la construction des instruments de précision. Il

s'embarqua pour un nouveau voyage en 1771; mais mécontent du chef de l'expédition, il ne dépassa pas cette fois l'île de France. Peu après son retour, les services qu'il avait déjà rendus le firent nommer, en 1774, à la place de garde du cabinet de physique et d'optique du roi, établi au château de la Muette. C'est là que Rochon entreprit ses belles recherches sur l'Optique. Après avoir rempli diverses missions scientifiques en Bretagne, dans le Berry et le Nivernais, il fut un temps, astronome opticien de la marine.

Il fit partie, sous l'Ancien Régime, des commissions des poids et mesures et fut nommé, en 1788, à la mission à Londres en 1791. Chargé, en 1792, d'étudier un projet de dessèchement de la Seine couvrait, près de Neuilly, d'eaux stagnantes. Il se retira à Brest, où il reprit de nouveaux services en créant (1795) un atelier pour la fabrication des lunettes à l'usage de la marine.

Il fut compris au nombre des membres de l'Institut, lors de sa création, et chargé, peu après, de l'établissement, d'après ses plans, de l'observatoire de Brest, dont il fut le premier directeur. Il revint à Paris en 1802 et y reçut un logement au Louvre, où il mourut au milieu de nouveaux travaux.

On doit à ce savant modeste une foule d'inventions utiles: la lunette qui porte son nom; le diasporamètre (1777), qui a servi dans ces derniers temps, aux expériences sur la polarisation; un nouveau système de fanaux pour les navires, etc. Nous citerons, parmi ses ouvrages: *Opuscules mathématiques* (1768, in-8°); *Recueil de mémoires sur la Mécanique et la Physique* (1783, in-8°); *Nouveau voyage à la mer du Sud* (1783, in-8°); *Voyages*

Madagascar (1783, in-8°); *De la conversion du métal de cloches en monnaie coulée* (1791); *Voyage aux Indes orientales et en Afrique, avec une dissertation sur les îles de Salomon* (1807; *Essai sur les monnaies anciennes et modernes* (1792, in-8°). Le *Recueil de l'Institut* renferme de lui des Mémoires intéressants sur la construction des verres lenticulaires et achromatiques, sur les marées, sur la navigation intérieure, sur la lunette qui porte son nom, sur la gaze de fil de fer, sur l'art de multiplier les copies, sur l'emploi du mica pour l'éclairage, sur un moyen de rendre potable l'eau de mer, etc. Une notice sur les travaux de cet estimable savant a été lue par Delambre dans la séance publique du 16 mars 1818 de l'Académie des Sciences.

Le diasporamètre de Rochon est d'un usage beaucoup plus commode et plus sûr que celui de Boscovich. Il se compose de deux prismes rectangulaires formés du même verre et présentant les mêmes angles aigus. Ces deux prismes sont d'abord accolés par leurs faces hypoténuses, de manière à former un parallélépipède rectangle. Mais si l'un d'eux restant fixe, l'autre vient à tourner autour d'une normale à la face commune, l'angle des deux faces qui étaient d'abord parallèles croît avec l'angle de rotation suivant une loi facile à établir, et peut devenir tel que l'achromatisme se produise entre le prisme formé par ces deux faces et un prisme donné, qu'il s'agissait d'étudier.



SCHEELE (CHARLES-GUILLAUME).

(Né à Stralsund en 1742, mort à Kœping en 1786.)

Son père, petit commerçant, ne put lui donner qu'une instruc-

de seize de quatorze ans. Il passa deux ou trois années à Gotteembourg, se livrant à l'étude de la chimie. Dans ses moments d'oisiveté, il s'occupait avec ardeur; il devorait les ouvrages de Lavoisier, de Berzelius et des autres chimistes de son époque à laquelle il se livrait passionnément. Mais la nuit il travaillait sans cesse.

Après avoir été changé de maître et avoir été nommé pharmacien à Malmö, il revint à Stockholm.

Il vint à la pharmacie de Looz. Là, il se livra à ses propres recherches chimiques et à l'étude de la pharmacologie. Ses connaissances en chimie et en pharmacologie s'accroissaient rapidement. Ses recherches lui firent connaître les propriétés des différents médicaments et leur action sur l'organisme. Ses connaissances en chimie et en pharmacologie s'accroissaient rapidement. Ses recherches lui firent connaître les propriétés des différents médicaments et leur action sur l'organisme.

Il se livra à ses travaux. Ses connaissances en chimie et en pharmacologie s'accroissaient rapidement. Ses recherches lui firent connaître les propriétés des différents médicaments et leur action sur l'organisme.

Il se livra à ses travaux. Ses connaissances en chimie et en pharmacologie s'accroissaient rapidement. Ses recherches lui firent connaître les propriétés des différents médicaments et leur action sur l'organisme.

Il se livra à ses travaux. Ses connaissances en chimie et en pharmacologie s'accroissaient rapidement. Ses recherches lui firent connaître les propriétés des différents médicaments et leur action sur l'organisme.

royale de Turin et la Société des scrutateurs de la nature, de Berlin, se glorifiaient de le compter au nombre de leurs correspondants.

On doit à Scheele la découverte de l'acide tartrique et de l'acide fluorhydrique; des recherches sur le bioxyde de manganèse, qu'il traita par l'acide muriatique et dont il dégagait le chlore, qu'il appela acide muriatique déphlogistiqué et dont il observa presque toutes les propriétés.

Outre le chlore, il découvrit le tungstène et le molybdène, distingua du manganèse les combinaisons ferrugineuses avec lesquelles on le confondait avant lui, parvint à préparer à l'état de pureté l'acide arsénique, tira l'acide benzoïque du benjoin, l'acide urique des calculs de la vessie, obtint le sucre de lait, caractérisa l'acide lactique, découvrit l'acide prussique (1782), et la glycérine (1784); enfin, il se livra à des travaux sur le quartz, l'argile, l'éther acétique, l'acide citronien cristallisé, la couleur noire de la pierre infernale, etc.

« On s'est souvent étonné, dit M. Troost, de ce que Scheele, qui a fait faire de si grands progrès à la Chimie et qui a eu une si grande influence sur les méthodes expérimentales, n'ait pas secoué le joug des idées reçues à son époque et n'ait pas commencé cette grande réforme, qui reste la gloire immortelle de Lavoisier. C'est que Scheele n'avait ni l'éducation première ni la fortune qui donnent une indépendance complète d'esprit et de caractère. Obligé d'émietter, pour ainsi dire, son génie aux labeurs incessants qui amènent le pain de chaque jour, il ne pouvait consacrer aux méditations théoriques les longs loisirs qu'elles exigent. Sa part, du reste, est assez belle, même à côté de Lavoisier. En effet, que d'inventions, que de découvertes ultérieures ont été les conséquences des travaux accomplis par Scheele dans

son modeste laboratoire!... Le nombre des mémoires de Scheele est tel qu'on se demande avec étonnement comment un seul homme a pu, dans l'espace d'un si petit nombre d'années, et avec d'aussi modestes ressources, accomplir d'aussi grandes choses. Il n'est peut-être pas un chimiste qui ait découvert autant de corps, il n'en est certainement pas un qui l'ait fait par des moyens aussi simples. C'est que Scheele avait le génie de l'invention joint à un admirable talent d'expérimentation. Il était de ces vrais savants dont Franklin a dit : « Ils sont capables de scier avec une » vrille et de percer avec une scie. »

Celui de tous ses ouvrages qui a eu le plus de réputation est son *Traité chimique sur l'air et le feu*. Cet ouvrage, précédé d'une préface de Bergmann, fut publié pour la première fois en allemand sous le titre de : *Chemische Abhandlung von der Luft* (Upsal et Leipzig, 1777, in-8). Le baron Dietrich en a donné une traduction française (1781, in-8).

Scheele, imbu de la théorie du phlogistique, a commis, dans cet ouvrage, de nombreuses erreurs, qui ont été relevées par Lavoisier dans un article intitulé : *Réflexions sur la calcination et la combustion*, qui parut en 1781 dans les *Mémoires* de l'Académie.

« Cet ouvrage, dit M. Dehérain, est un singulier mélange d'expériences admirables, de conclusions justes, puis de raisonnements compliqués, insoutenables, quand, ne serrant plus d'aussi près les faits, Scheele invente au lieu d'observer. »

Parmi ces nombreux Mémoires nous citerons : *De succo citri ejusque cristallisatione* (1784), dans lequel il donne une bonne préparation de l'acide citrique; *De magnesia nigra* (1774), mémoire extrêmement remarquable; *Examen chemicum calculi*

urinarii; Recentius aeris, ignis et hydrogeniæ examen; De salium neutralium principiis calce viva aut ferro dissolventis; De silice, argilla et alumine; De nova methodo mercurium dulcem parandi; De pulvere algarothi commodius minoribusque impensis parando; De aceti bonitate conservanda; De ferro acido phosphori saturato et sale perlato; De terræ rhubarbari in pluribus vegetalibus præsentia; De preparatione magnesiæ albæ; Adnotationes de pyrophoro, etc.

Les Mémoires de Scheele ont été réunis sous le titre d'*Opuscula* et traduits en français par M^{lle} Picardet, sous le titre de *Mémoires de Chimie* (Paris, 1785, 2 vol. in-12).



STOLL (MAXIMILIEN).

[Né à Erzingen (Souabe) en 1742, mort en 1788.]

Il établit définitivement le fait si important que Sydenham avait dénoncé avec tant de persistance, des influences de pays, de climat, de saisons sur le cours des maladies. Il étudia particulièrement les maladies qui proviennent de perturbations dans le système digestif.

Nous le nommons surtout pour avoir fondé à Vienne l'enseignement clinique, à une époque où il n'existait pas encore en France. A chacun des douze lits dont il disposait, était attaché un registre où étaient consignées l'histoire des malades, la médication employée, les circonstances de la guérison ou de la mort; enfin les enseignements fournis par l'autopsie.



Troisième Période.

BOISTE (ANTOINE-LAURENT).

Né à Paris en 1725. Mort en 1794.)

BOISTE, le fils d'un riche commerçant de Paris, qui lui donna une excellente éducation au collège Mazarin. De bonne heure, il se manifesta un goût prononcé pour les sciences. Il suivit les cours d'Astronomie de La Caille, et fut un des élèves du laboratoire de Rouelle, et fut un des élèves de Bernard de Jussieu. Livré tout entier à ses études, pour ainsi dire, aucune des passions de son siècle ne le sépara du reste du monde, absorbé tout entier dans ses fréquentations à celles de ses maîtres les plus distingués.

En 1763, il obtint un prix de l'Académie des Sciences pour son *Meilleur système d'éclairage de Paris* (1766).

Il fut élu à l'Académie des Sciences à vingt-cinq ans (1768).

Il publia plusieurs Mémoires sur différents sujets.

Il se livra avec toute indépendance aux recherches scientifiques et obtint, en 1769, une place de fermier général. Les revenus considérables devaient le mettre à même de consacrer de ses travaux. Il remplit d'ailleurs ses devoirs de sa charge, et, grâce à lui, le peuple fut libéré d'un impôt odieux.

En 1771, Turgot le nomma inspecteur général des poudres. Ses recherches sur la poudre conduisirent à plusieurs réformes importantes. C'est à lui que l'administration avait pratiqué la poudre dans les étables des particuliers pour la rendre plus sûre. La poudre fut perfectionnée de

orte, que, là où auparavant on avait une force de projection toises, Lavoisier en obtint une de 100. Il eut l'idée d'employer le chlorate de potasse à la fabrication de la poudre; quelques expériences furent même tentées dans ce but à Essonne; elles coûtèrent la vie à un certain nombre d'ouvriers et abandonnées.

Chimie appliquée à l'Agriculture occupait aussi Lavoisier; il était et cultivait, dans le Vendômois, 240 arpents de terre, près Lalande, il améliora tellement les procédés de culture, qu'en neuf ans la production de sa terre avait doublé.

Après la convocation des états généraux, Lavoisier, nommé suppléant, soumit à l'Assemblée, le 21 novembre 1789, un rapport rendu des opérations de la Caisse d'escompte, à laquelle il avait été attaché en 1788.

On a retrouvé dans des documents inédits existant à la Bibliothèque d'Orléans des projets présentés par lui à l'Assemblée provinciale de l'Orléanais, en 1787, et où il proposait la fondation d'une Caisse d'escompte, ce qui prouve une préoccupation scientifique des intérêts généraux du Commerce et de l'Industrie, et aussi la création d'une Caisse d'épargne et de retraite pour le peuple. Nommé, en 1790, membre de la Commission pour l'établissement du nouveau système de poids et mesures, il prit une large part aux travaux de cette commission. En 1791, il fut nommé directeur de la Trésorerie, et proposa, pour la perception des impôts, un plan qu'il développa dans son traité *De la richesse publique du royaume de France*. L'Assemblée vota l'impression de ce Mémoire, dont le *Moniteur* fit un pompeux éloge, et surtout l'exactitude des chiffres « très patriotiques » de l'auteur.

Lavoisier était le premier qui
fit donner une excellente
heure, le futur chimiste
Sciences exactes

étudia la Chimie
auditeurs assis
l'étude, Lavoisier
la jeunesse; il se
par ses travaux
et de quelques

Il remporta à
sur la question du

Il entra à l'Académie

après la présentation de pl

Désireux de se livrer aux
scientifiques, il sollicita et
général, poste dont les reven
même de subvenir aux dépen
leurs consciencieusement les
les juifs de Metz furent déli

Quelques années plus t
général des poudres et salp
permirent l'introduction de p
lui qui fit cesser les fouilles q
jusque-là dans les caves et da
en extraire le salpêtre. L'anci

des rés

de p

on a p

quelques

pas co

la théor

assez c

attention

ment

du m

en p

l'approvett

Il vit

C'est par ces considérations si simples que Lavoisier s'élevait à la conception de la nomenclature chimique.

Toutefois il était allé un peu trop vite et l'acide hydrochlorique le troubla par la suite profondément. « L'acide muriatique, dit-il, présente une circonstance très remarquable; il est, comme l'acide du soufre, susceptible de plusieurs degrés d'oxygénation; mais, contrairement à ce que l'on observe pour les acides sulfureux et sulfurique, l'addition d'oxygène à l'acide muriatique plus volatil, d'une odeur plus pénétrante, le rend plus miscible à l'eau, et diminue ses qualités d'acide. Nous avons d'abord été tenté d'exprimer ces deux degrés de saturation par les termes nous l'avions fait pour les acides du soufre, en faisant l'acide muriatique terminaison; nous aurions nommé l'acide le moins oxygéné l'acide muriateux, et l'acide le plus oxygéné l'acide muriatique; mais nous avons cru que cet acide, qui présente des résultats particuliers, et dont on ne connaît aucun autre exemple en Chimie, demandait une exception, et nous nous sommes contenté de le nommer acide muriatique oxygéné. » Cette fausse théorie arrêta longtemps la marche du progrès, et il fallut les beaux travaux de Davy pour assigner au chlore sa véritable nature.

Cavendish avait découvert en 1766 le gaz inflammable (gaz hydrogène); Lavoisier répéta ses expériences et étudia les propriétés du nouveau corps. Il reconnut que ce gaz, en brûlant, donne de l'eau, et il fut porté à penser que l'eau est une combinaison de ce gaz et d'oxygène; il donna même au gaz inflammable le nom d'hydrogène, pour exprimer cette propriété. Il observa aussi que l'esprit-de-vin, en brûlant, produit de la vapeur d'eau; d'où il conclut qu'il contenait de l'hydrogène.

Les remarquables travaux de Berthollet sur l'alcali volatil (am-

moniaque) avaient fait penser à Lavoisier que les autres alcalis n'étaient pas des corps simples, mais qu'ils devaient contenir de l'azote, comme l'ammoniaque. Les idées de Lavoisier à ce sujet se répandirent tellement, que Fourcroy, dans sa *Philosophie chimique*, dit : « On est porté à penser que l'azote est un de leurs principes (des terres alcalines), et que c'est lui qui leur donne leurs propriétés alcalines; mais l'expérience n'a point encore fourni la preuve de cette idée. » Quant à la chaux, à la magnésie, à la baryte, la composition de ces terres était restée une énigme pour Lavoisier; son opinion était que, jusqu'à nouvel ordre, on devait les considérer comme des corps simples. Mais, plus tard, il se détrompe et soupçonne la vérité : « Il est à présumer, dit-il, que les terres cesseront bientôt d'être comptées au nombre des substances simples; elles sont les seules de cette classe qui n'aient point de tendance à s'unir à l'oxygène, et je suis bien porté à croire que cette indifférence pour l'oxygène tient à ce qu'elles en sont déjà saturées. Les terres, dans cette manière de voir, seraient, peut-être des *oxydes métalliques*... Ce n'est, au surplus, qu'une simple conjecture que je présente ici. »

Lavoisier n'a pu expliquer tous les phénomènes connus de son temps, puisque le chlore n'avait pas encore été isolé, mais sa théorie des corps oxygénés est restée parfaite. C'est du reste cette théorie qui l'a conduit à l'explication d'un grand nombre de faits qui, d'après la manière dont ils avaient été compris, se trouvaient en contradiction avec elle.

Ainsi, avant Lavoisier, on regardait un très grand nombre de sels comme composés d'un acide et d'un métal. Guidé en cela par une de ses conceptions favorites, que toutes les combinaisons, quelque complexes qu'elles paraissent, sont nécessairement

binaires, Lavoisier affirma que le métal, avant d'entrer dans la combinaison saline, s'oxydait et fournissait la base du sel. Il montra par exemple que, lorsqu'on traite par l'acide sulfurique un fragment de zinc plongé dans l'eau, la réaction est double; que le zinc commence par décomposer l'eau et s'emparer de son oxygène; puis, que l'oxyde de zinc formé se combine avec l'acide sulfurique. Il mit son explication hors de doute en recueillant le gaz qui se dégage pendant la réaction et constata que c'est de l'hydrogène.

Ajoutons que c'est Lavoisier qui a enseigné aux chimistes à contrôler toutes leurs expériences par des pesées exactes, au moyen d'une balance de précision. C'est par de tels soins qu'il rendait toutes ses conclusions inattaquables.

Après avoir si complètement défini le rôle de l'oxygène en Chimie inorganique, Lavoisier voulut connaître également celui qu'il jouait dans l'ordre physiologique. Les expériences suivies qu'il fit sur la respiration des animaux l'amènèrent à ces conclusions : la respiration n'est qu'une combinaison lente de carbone et d'oxygène, semblable en tout à celle qui s'opère dans une lampe ou dans une bougie allumée; les animaux qui respirent sont de véritables corps combinaison qui brûlent et se consomment; dans la respiration comme dans la combustion, c'est l'air de l'atmosphère qui fournit l'oxygène; enfin, c'est la respiration qui entretient la chaleur des animaux.

Lavoisier avait la tête pleine de projets lorsqu'il mourut, à cinquante ans à peine, d'une façon si déplorable; les idées qu'il émettait sur la chaleur quelques années avant de disparaître si malheureusement, montrent trop clairement qu'il avait encore à remplir une longue et glorieuse carrière.



CONDORCET (JEAN-ANTOINE-NICOLAS CARITAT DE).

[Né à Ribemont (Picardie) en 1743, mort en 1794.]

Son père, qu'il perdit lorsqu'il n'avait encore que quatre ans, était capitaine de cavalerie; un frère de son père fut successivement évêque de Gap, d'Auxerre et de Lisieux. Sa mère procéda d'abord seule à son éducation; lorsqu'il eut atteint l'âge de onze ans, son oncle le fit confier aux soins d'un père jésuite.

« Au mois d'août 1756, dit Arago, Condorcet, âgé alors de treize ans, remportait le prix de seconde, dans l'établissement que les jésuites avaient formé à Reims. En 1758, il commençait ses études mathématiques au collège de Navarre, à Paris. Ses succès furent brillants et rapides, car, au bout de dix mois, il soutint avec tant de distinction une thèse d'analyse très difficile que Clairaut, d'Alembert et Fontaine, qui l'interrogeaient, le saluèrent comme un de leurs confrères à l'Académie. »

Vers la même époque il se formait un système complet de morale, exclusivement fondé sur des considérations philosophiques. Je regrette d'être obligé de dire que le principe de cette morale était ce qu'on a appelé depuis l'intérêt bien entendu, principe aussi incomplet, en ce que le sentiment du devoir n'y a aucune part, qu'inefficace, parce que, dans ce système chacun resterait libre d'apprécier son intérêt comme il l'entendrait.

Le premier ouvrage de Condorcet est intitulé : *Essai sur le Calcul intégral*. L'auteur n'avait que vingt-deux ans lorsqu'il l'adressa à l'Académie des Sciences. D'Alembert en fit l'objet d'un rapport qui se terminait par ces mots : « L'ouvrage annonce les plus grands talents, et les plus dignes d'être excités par l'appro-

bation de l'Académie. » Peu de jours après la lecture de ce rapport, Lagrange écrivait à son collègue : « Le *Calcul intégral* de Condorcet m'a paru bien digne des éloges dont vous l'avez honoré. »

On connaissait depuis longtemps la condition d'intégrabilité immédiate d'une équation différentielle du premier ordre

$$M dx + N dy = 0.$$

Ce que se proposait de trouver de même les conditions dans lesquelles une équation différentielle d'ordre supérieur pourrait être ramenée, sans transformations préalables, à des équations d'ordres moins élevés d'une, de deux, etc., unités, jusqu'à l'ordre complet.

Condorcet s'occupait, dans son *essai*, de l'intégration des équations à différences finies

Plusieurs ouvrages de Condorcet sont restés inédits : différentes commissions de l'Institut, une entre autres présidée par Lacroix, furent chargées de les examiner et n'ont pas cru devoir conclure à l'impression aux frais de l'État; M. Charles Henry a publié dernièrement dans le *Recueil du prince Boncompagni* un de ces ouvrages, intitulé *Des méthodes d'approximation pour les équations différentielles lorsqu'on connaît une première valeur approchée*. J'ai essayé de le lire, mais j'avoue que la pensée de l'auteur m'a paru si difficile à saisir, que j'ai dû abandonner cette lecture. Je vois qu'Arago jugeait de même, car il dit : « Les écrits mathématiques de Condorcet manquent de cette clarté élégante qui distingue à un si haut degré les *Mémoires* d'Euler et de Lagrange. » C'était, au reste, aussi l'avis de d'Alembert, qui écrivait à Lagrange, en 1772 : « Je voudrais bien que

notre ami Condorcet qui a de la sagacité et qui peut en une autre manière se faire.

Le volume de l'Académie des Sciences de Paris contient de Condorcet un Mémoire plus important pour l'objet est indiqué dans le jugement suivant qu'en porta Lagrange : « Ce Mémoire est rempli d'idées nouvelles et originales qui auraient pu fournir la matière de plusieurs ouvrages. Le dernier article m'a singulièrement plu par son élégance et son utilité. Les séries récurrentes avaient déjà été si souvent traitées, qu'on étoit en cette matière épuisée. Cependant vous avez nouvelle application de ces séries, plus importante à mon avis qu'aucune de celles qu'on en a déjà faites. Elle nous ouvre, pour ainsi dire, un nouveau champ pour la perfection du Calcul intégral. »

Cependant c'est probablement à ce Mémoire que se rapporte le mot de d'Alembert que nous venons de citer.

L'Académie de Berlin avait proposé, comme sujet de prix à décerner en 1774, de nouveaux progrès apportés à la méthode employée pour déterminer les éléments des comètes. Condorcet partagea le prix avec un autre concurrent. « Votre belle pièce, lui écrivit Lagrange, aurait eu le prix tout entier, si elle avait contenu l'application de votre théorie à quelque comète particulière. Cette condition était dans le programme. »

Condorcet entreprit aussi d'appliquer le Calcul des probabilités à différentes questions sociales telles que celles du meilleur mode de constitution des tribunaux civils et criminels, de la majorité à exiger pour la validité des décisions, etc. On sait que Laplace a repris, depuis, les mêmes questions.

Enfin les collections académiques de Paris, de Berlin, de Bologne et de Pétersbourg contiennent de notre auteur un

assez grand nombre de Mémoires portant sur les points les plus difficiles de la Science.

Condorcet fut élu membre de l'Académie des Sciences en 1769 et en devint bientôt après secrétaire perpétuel. Il s'était préparé à ces fonctions par les éloges des Académiciens morts entre les années 1666 et 1699, lesquels n'avaient point eu de biographies, parce que Fontenelle, qui n'était entré en fonctions que cette dernière année, avait cru pouvoir se borner à l'accomplissement strict des devoirs qui lui étaient imposés par le règlement.

Cette première série d'éloges dus à Condorcet contenait, entre autres, ceux de Huyghens, Roberval, Picard, Mariotte, Perrault, Roemer; tous avaient plu infiniment. Devenu secrétaire perpétuel, Condorcet prononça ceux de presque tous les membres de l'ancienne Académie qui moururent de 1770 à l'époque de la dissolution de cette Société.

Les compositions biographiques de Condorcet, dit Arago, sont par ce qui devait naturellement en faire l'essence. L'histoire de l'esprit humain y est envisagée de très haut. Dans le choix des détails, l'auteur a constamment en vue l'instruction et l'utilité, plus encore que l'agrément. Sans trahir la vérité, que les prerogatives doivent primer tout autre intérêt, toute vanité, Condorcet est sans cesse dominé par cette idée que la dignité du savant se confond, à un certain degré, avec celle de la Science... »

Condorcet avait abandonné de bonne heure le domaine des sciences mathématiques pour diriger ses efforts du côté de celles que nous donnerions aujourd'hui le nom de Sciences physiques et qui ont pour objet aussi bien le perfectionnement

moral et intellectuel des masses populaires que l'amélioration de leur sort matériel.

Stimulé par l'exemple de ses maîtres et protecteurs d'Alembert Diderot, Voltaire, il rechercha et obtint l'amitié et les enseignements de Turgot à qui il resta constamment dévoué. La longue correspondance qui s'établit entre ces deux hommes également dévoués au bien public offre le plus grand intérêt; elle a été dernièrement réunie et publiée en un beau volume par M. Charles Henry.

Condorcet entra à l'Académie française en 1782. Il avait Bailly pour concurrent; d'Alembert, qui le patronait contre Buffon s'écria après l'élection : « Je suis plus content d'avoir gagné cette victoire que je ne le serais d'avoir trouvé la quadrature du cercle. »

Condorcet eut la douleur, en 1783, de perdre son illustre ami et parrain d'Alembert; celui-ci le nommait son exécuteur testamentaire et lui léguait la mission de pourvoir aux besoins de deux domestiques, auxquels il ne pouvait rien laisser. Le légataire accepta le mandat, il y pourvut jusqu'à sa mort, et sa fille, madame O'Connor, l'assuma ensuite.

Condorcet épousa en 1786 mademoiselle Sophie de Grouchy, dont les grâces et l'esprit conquirent la sympathie universelle, dès qu'elle parut dans le monde, et dont les hautes qualités morales n'eurent que trop, plus tard, à se faire admirer.

Condorcet entra dans la carrière politique comme membre de la municipalité de Paris, il fut ensuite de l'Assemblée législative, puis de la Convention, où il plaida en faveur de Louis XVI, acceptant tout au plus l'appel au peuple.

Quoiqu'il n'eût aucun lien direct avec les Girondins, il fut décrété d'accusation en même temps qu'eux. Cabanis son beau-

Odet, et Vicq-d'Azir, son ami, trouvèrent à lui assurer, rue Servandoni, une retraite où il put rester caché pendant neuf mois, grâce à la vaillante bienveillance de madame Vernet, grand'mère des poinaires de ce nom.

Diverses circonstances lui parurent fournir la preuve que la découverte de sa retraite allait compromettre la vie de sa bienfaitrice. Il s'échappa de chez elle le 5 avril 1794, se rendant à tout hasard à Fontenay-aux-Roses où il pensait trouver, au moins pour vingt-quatre heures, un asile chez d'anciens amis, qui n'osèrent pas le recevoir. Il erra dans la campagne jusqu'au 7; il fut arrêté à Charent, ce jour-là, et transféré à Bourg-la-Reine, où il s'empêcha pendant la nuit, dans son cachot.

Avant de s'enfuir de chez madame Vernet il avait laissé sur sa table un touchant et dernier adieu à sa femme et à sa fille, alors âgée de cinq ans.



FABRICIUS.

Neeshaudera (Sleswig) en 1743, mort en 1807.]

Un disciple et ami de Linné; docteur en Médecine à vingt-trois ans, professeur d'Histoire naturelle à l'Université de Kiel; homme d'un mérite distingué.

Il est l'auteur d'une classification des insectes, imprimé en 1775, qui est restée sans suite. Ce système n'a plus aucune valeur, mais il a rendu de grands services en découvrant dans ses descriptions et dans son catalogue un nombre considérable d'insectes nouveaux. Il a écrit plusieurs ouvrages sur l'Entomologie.



L'ÉTUDE DE HAÛY

(Né le 10 août 1732, à Paris, mort le 22 mai 1822.)

Il était fils d'un pauvre tisserand, des faubourgs parisiens, qui prenait aux cérémonies religieuses et aux offices de l'église le soin de remarquer du prieur de l'église d'abord, puis son village natal, et ce prieur lui trouvait une si grande adresse à manier l'un de ses moines de lui enseigner les premiers éléments. Ses rapides progrès, sa docilité, son caractère à l'aise, son respectueux affection des pères, qui songèrent à l'envoyer à Paris pour qu'il y achevât ses études. On ne le trouva à Paris qu'une place d'enfant de chœur dans une église du quartier Saint-Antoine. « Ce poste, disait-il dans la suite, par sa modeste et d'agréable, que je n'y laissai pas enfoncer mon talent pour la musique. » Enfin, ses protecteurs de Saint-Jean parvinrent à obtenir pour lui une bourse au collège de Navarre. Là il se fit bientôt assez estimer pour que les supérieurs le retinrent près d'eux, lorsqu'il eut pris ses grades, en lui confiant la régence de quatrième. Il passa, quelques années après, comme régent de seconde, au collège du Cardinal-Lemoine, où il rencontra Lhomond, dont les excellentes qualités, si semblables aux siennes propres, établirent entre eux une affection solide, malgré la différence d'âges.

C'est à cette liaison que Haüy a dû sa carrière brillante, et que la Science doit des découvertes de premier ordre.

Lhomond aimait la Botanique, sans l'avoir apprise; Haüy, qui n'avait jamais songé qu'à faire plaisir, apprit la Botanique pour être agréable à son vieil ami dans ses herborisations, et le goût des Sciences naturelles s'éveilla en lui avec une force dont il se trouva tout surpris.

par rapport
 aient pouvoir
 port du retrait
 le sens de ce

ces étant toujours
 sez simple avec la
 il devait être facile
 accordaient avec une

de depuis longtemps le
 mais il avait intelligence
 les éléments de Géomé-
 être nécessaires, et sou-
 qu'il s'était imposées. Le
 Haüy communiqua sa
 à Laplace, et tous deux
 le part à l'Académie.

quoil il fut le plus aisé de le dé-
 étaient pour le bon Haüy une
 ait sa timidité. Les usages lui
 premières lectures il y venait en
 de l'Église prescrivaient, dit-
 ne portaient plus depuis long-
 mis, craignant pour lui le ridicule,
 ter cet habit; mais il fallut qu'ils
 le l'avis d'un docteur en Sorbonne.
 les respectables, lui répondit-on; mais,
 forte, c'est que vous soyez c' " " adé-

vérifia les assertions qu'il avait émises. Non seulement, dit Cuvier, il a annoncé aux chimistes qu'en recommençant leurs analyses ils trouveraient des différences qu'ils avaient méconnues, il leur a encore souvent prédit que des différences qu'ils croyaient voir ne devaient pas exister. C'est ainsi que, d'après ses indications, Vauquelin a fini par trouver le glucinium dans l'émeraude, comme il l'avait auparavant découvert dans le béril. Lorsque Klaproth et Vauquelin découvrirent que l'apatite et la chrysolithe des joailliers n'étaient que du phosphate de chaux, Haüy avait déjà remarqué l'identité de leur structure cristalline.

Dès qu'il eut dans l'Université les vingt ans de services qui lui donnaient droit à une petite pension de retraite, Haüy se hâta de la demander, pour se vouer entièrement à la Science qu'il venait de créer. Pourvu d'ailleurs d'un petit bénéfice qui lui donnait au moins le nécessaire, il vivait simplement, suivant ses goûts, en travaillant sans cesse.

La Révolution vint jeter le trouble dans cette existence si calme : privé de ses pensions et de ses places, Haüy, qui n'avait pas prêté le serment, fut emprisonné après le 10 août; heureusement, un de ses élèves, Geoffroy Saint-Hilaire, réussit à obtenir l'ordre de son élargissement, et on ne l'inquiéta plus. Quoiqu'il n'eût rien changé à son ancienne manière de vivre et qu'il continuât de remplir ses fonctions ecclésiastiques, comme s'il eût ignoré le danger qu'il courait, la Convention le nomma membre de la commission des poids et mesures, et il put, sans qu'il lui arrivât rien, plaider la cause de Lavoisier. Son impunité, remarque Cuvier, est encore plus étonnante que son courage.

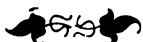
Haüy fit naturellement partie de l'Institut, lors de sa création. Appelé au conseil des mines, il forma en peu d'années la magni-

rique collection qu'on admire dans les salles de l'École. C'est là qu'il prépara son grand traité de Minéralogie. Cet ouvrage, dit Cousin, n'est pas moins remarquable par sa rédaction et la méthode qui y règne que par les idées originales sur lesquelles il repose. Haüy s'y montre habile écrivain et bon géomètre autant que savant minéralogiste.

A la mort de Daubenton, Haüy insista pour que Dolomieu, alors prisonnier en Sicile, fût nommé à sa place. Il lui succéda bientôt après, en 1802. La fondation de l'Université, le ministre créa pour lui une chaire de Minéralogie à la Faculté des Sciences et lui adjoignit Brongniart pour le suppléer. Mais Haüy ne voulait pas porter le titre, et remplir au moins en partie les fonctions, et il faisait venir chez lui les élèves de l'École normale, pour les initier, au milieu de ses collections, à tous les secrets de la Science.

La Restauration, vouée à des rancunes qui devaient la perdre, ne sut pas respecter en lui le savant européen; elle le priva, sous différents prétextes légaux, de la plupart de ses moyens d'existence, et son frère, revenu de Russie avec une santé perdue, étant tombé à sa charge, Haüy se trouva ramené bien près de l'état précaire où il avait passé sa jeunesse. Mais, au sein même de la gloire et de la fortune, il n'avait quitté aucune de ses premières habitudes et il ne sentit que la privation de pouvoir faire le bien. Une chute faite dans sa chambre lui cassa le col du fémur, et, un abcès s'étant formé dans l'articulation, la guérison ne put pas être obtenue. Il ne laissait d'autre héritage que sa collection de cristaux, qui fut d'abord acquise à très bon marché par un Anglais, mais que la France a rachetée depuis pour le Muséum.

Les principaux ouvrages de Haüy sont : *Essai d'une théorie sur la structure des cristaux* (1784); *Exposition raisonnée de la théorie de l'Électricité et du Magnétisme* (1787); *Traité de Minéralogie* (1801); *Traité élémentaire de Physique* (1803); *Tableau comparatif des résultats de la Cristallographie et de l'analyse chimique, relativement à la classification des minéraux* (1809); *Traité des caractères physiques des pierres précieuses* (1817); *Traité de Cristallographie* (1822).



MÉCHAIN (PIERRE-FRANÇOIS-ANDRÉ).

(Né à Laon en 1744, mort en Espagne en 1804.)

Son père était architecte, on l'envoya à l'Ecole des ponts et chaussées, où il fut admis sans difficulté, mais le manque de ressources, l'obligea à accepter une place de précepteur à Sens. Lalande le fit revenir à Paris, avec la place d'hydrographe du dépôt des cartes de la marine. Il commença dès lors à s'occuper d'Astronomie. N'ayant pas d'instruments de précision, il observait les éclipses et cherchait à découvrir des comètes, dont il calculait ensuite les orbites. Herschel venait en 1781 de découvrir Uranus qu'on avait d'abord pris pour une Comète. Méchain en fit une planète. Ce furent ses observations que Laplace utilisa pour en déterminer l'orbite.

Il gagna en 1782 le prix proposé par l'Académie des Sciences pour décider si, comme l'avait supposé Halley, la comète de 1661 était la même qui avait été observée en 1532 et dont le retour était attendu en 1789. Il conclut pour la **négative** et l'événement

figue de la mer. Il entra à l'Académie cette même année qu'il prit le titre de correspondant. Courcier fut chargé de la publication de la *Connaissance des temps* en 1787 à Cassini et à Legendre pour la détermination des longitudes des observations de (p)

Courcier fut chargé avec Delambre de représenter la France aux conférences pour l'établissement du système métrique. Ils avaient à déterminer la longueur de l'arc méridien entre les parallèles de Dunkerque et de Barcelone. Courcier fut chargé de la partie comprise entre les parallèles de Dunkerque et de Paris. Son opération allait être terminée lorsqu'il fut surpris par un accident qui le priva de la latitude de trois secondes dans l'évaluation de la latitude de Dunkerque. La circonstance ne lui permit pas de terminer avant le moment où son travail devait être présenté. Il se retarda au point de l'amener à s'exposer à de graves dangers de retardant d'abord et refusant ensuite la publication de son rapport, plutôt que de convenir de cette erreur de trois secondes d'observation, qui assombrir le reste de sa vie et qui survécut qu'après sa mort.

Courcier fut nommé en France, en 1798, investi de la direction des travaux de la mer; mais il se hâta de trouver un prétexte pour se retirer à Dunkerque, dans l'espoir de supprimer, avant

son départ, l'erreur de trois secondes, qui empoisonnerait son œuvre de prolonger la méridienne jusqu'à la fin de sa vie. Il ne fut pas obligé de mentionner la cause de son erreur, mais il ne put plus être qu'un point intermédiaire sur la grande ligne relevée. Il mourut

de la fièvre jaune au milieu de ses opérations. L'accident qui avait abrégé ses jours fut connu, et l'on s'expliqua alors la conduite singulière qu'il avait tenue.



BERNOULLI (JEAN, NEVEU DE DANIEL).

(Né à Bâle en 1744, mort à Berlin en 1807.)

Il fut nommé, à dix-neuf ans, astronome à l'Académie de Berlin. Il visita l'Allemagne, l'Angleterre, la France, l'Italie, la Suisse, la Russie et la Pologne, et, de retour à Berlin, en 1779, il devint directeur de la classe de Mathématiques à l'Académie de cette ville.

Il fut membre des Académies de Londres, de Saint-Petersbourg et de Stockholm.

Ses principaux ouvrages sont : *Recueil pour les Astronomes* (Berlin 1772-1776) et *Lettres astronomiques* (1781).



DE MOUET DE LAMARCK (JEAN-BAPTISTE-PIERRE-ANTOINE).

[Né à Bazentin (Picardie) en 1744, mort en 1829.]

Son père, le destinant à l'état ecclésiastique, lui avait fait commencer ses études chez les jésuites d'Amiens ; mais ses inclinations le portaient vers la carrière des armes. Son père étant mort en 1760, le jeune Lamarck se dirigea vers l'armée d'Allemagne, muni simplement d'une lettre de recommandation pour le colonel d'un régiment engagé dans la campagne de 1761. Peu de jours après l'arrivée de Lamarck à son corps, l'armée Française livrait

la bataille de Fissingshausen; le jeune volontaire, dont tous les supérieurs venaient d'être tués dans l'action, prenait le commandement de sa compagnie, refusait, au moment de la retraite, de quitter le poste avancé qui avait été assigné à ses hommes, et dans lequel on l'avait oublié; le soir même de la défaite, il recevait un brevet de lieutenant. Mais un accident dont il fut victime après la paix, l'obligea de renoncer à la carrière où il venait de débiter si br

Réduit à une pension de 400 fr., il entra dans les bureaux d'un banquier, et se mit à étudier la Médecine.

Après dix ans d'un travail souvent interrompu, il se fit connaître par un ouvrage sur un plan neuf, où il proposait pour la flore française une méthode de distribution tel, que, selon lui, le lecteur pût, pour ainsi dire, sans préparation aucune, assigner les caractères de chaque plante. Sa méthode consistait à n'établir que des catégories qui se résolussent par oui ou par non, de sorte que l'élève n'eût jamais à décider qu'entre deux conditions bien précises.

Buffon, dont Lamarck suivait les cours, fit imprimer la *Flore française* à l'imprimerie royale, fit admettre son protégé à l'Académie des Sciences, dans la section de Botanique, et le donna pour guide à son fils, avec une commission de botaniste du roi, chargé de visiter les jardins et cabinets étrangers et d'établir des correspondances avec le Muséum de Paris. Lamarck parcourut ainsi, avec le jeune Buffon, en 1781 et 1782, la Hollande, l'Allemagne et la Hongrie, où il lia amitié avec Gleditsch, Jacquin et Murray.

A son retour, il commença la publication de son *Dictionnaire*

lui aussi
souverain
cond qu
eaux, 1303

at-être le
ou complète
définition
ces abstrac
à l'esprit.
allée des
observations
était pas
choix des
étaient
ne y étaient
re n'avaient
te; Labillard
pour lui
roi, place,
noment inq
tes; mais, à
nommé, à
il a depuis
ipaux titres
et n'était q
puisa dans
les difficultés
corps vivants

... pour conséquence; qu'ensuite la
... ses besoins. développeront en lui
... sation de ces besoins.

... du *Recherches sur l'influence*
... *de la surface du globe, et*
... les caractères bien sérieux; Lama
... publié sur la Physique et
... basardées. Mais dès qu'il ren
... y trouva une source non contesté
... substitua le premier la dénomination j
... à celle d'*animaux à sang blanc*
... Linné aux insectes et aux vers. I
... *apathiques, sensibles et intellig*
... Mais ses observations sur les coqu
... avec laquelle il en a circonscrit
... des circonstances choisies ave
... a comparé et distingué les es
... sistes qui se sont occupés de l'

complète que dans son *Histoire des animaux sans vertèbres*. »

« Une branche de connaissances à laquelle surtout il a donné une vive impulsion, est celle des coquilles fossiles. A peine la comparaison de ces coquilles à celles qui vivent aujourd'hui dans les différentes mers avait-elle été essayée sur un petit nombre. Lamarck procéda à cet examen avec la profonde connaissance qu'il avait acquise des coquilles vivantes et le poursuivit avec ardeur. »

« Malheureusement ses yeux affaiblis ne lui laissaient plus apercevoir que confusément les parties délicates de tous ces objets dont l'observation faisait son bonheur, et bientôt il perdit totalement la vue. »

Ses dernières années furent encore attristées par la perte de ses économies dans des placements hasardeux. Son dernier ouvrage a été dicté par lui sous ces pénibles impressions, à sa fille aînée, qui s'était consacrée à adoucir ses derniers moments.



LENOIR (ÉTIENNE).

[Né à Mer (Loir-et-Cher) en 1744, mort à Paris en 1832.]

Habile constructeur d'instruments de précision. Il construisit le cercle répétiteur pour Borda, les instruments que Delambre et Méchain emportèrent dans leur expédition aux Pyrénées, ceux qui servirent à La Pérouse, d'Entrecasteaux et Baudin, dans leurs voyages, ceux que les savants qui accompagnaient Bonaparte emportèrent en Égypte, le mètre-étalon, le premier fanal à miroir parabolique, pour le phare de Cordouan, à Bordeaux, etc.



M. MARIE. — *Histoire des Sciences* IX.

origine, ses
1802, ne con-
ration spon-
simples, ces
directemen-
et aura le
l'animal, et
nécessaire.

Son *Essai*

eaux su-

ne pré-

du res-

des th-

domai-

C'est

mau-

impr-

qu'il

pas

pô-

rise

le

mi-

ces

qu-

tri-

ex-

sc-

1802.

1802, mort en 1802.

eaux lymphatiques, un ouvrage
première description complète et le
eaux.

1802

(GEORGES).

1802, mort en 1802.

que à Cambridge, puis appelé à
au ministère des finances. Son ingé-
nification des lois de la pesanteur a
dans tous les cours de Physique. On
Atwood d'exiger, pour être absolu-
naissance de la loi de proportionnalité
force, la masse en mouvement restant
placé la machine d'Atwood par d'autres
chine restera précisément pour vérifier
la parler.

ouvrages suivants : *Traité sur le mou-*
vement des corps, avec une description
de ce sujet (1784); *Analyse d'un cours*
de physique fait à l'Université de Cam-
bridge fondées sur la théorie du mouvement
des vibrations des balanciers des hor-
loges astronomiques.)



PINEL PHILIPPE .

Né à Saint-André (Tarn) en 1745, mort à Paris en 1826.

Son père exerçait la Médecine à Saint-Paul; il fut élevé au collège de Lavaur, et étudia la Médecine à Toulouse où il fut reçu docteur en 1773. Il passa cinq années à Montpellier pour s'y perfectionner dans son art, vivant alors du produit de leçons particulières, et vint, en 1778, à Paris, où il continua d'abord à s'occuper d'enseignement.

Les premiers travaux qui le firent connaître sont des traductions d'ouvrages publiés en Angleterre, notamment le *Traité de Médecine pratique* de Culley. Ces publications commencèrent à le mettre en rapport avec les médecins les plus éminents de l'époque.

Il commença alors à publier les résultats de ses propres recherches : *Mémoire sur l'application des Mathématiques au corps humain et sur le mécanisme des luxations* (Journal de Physique, 1787); *Observations sur une espèce particulière de mélancolie qui conduit au suicide*; etc.

C'est sans doute ce dernier Mémoire qui le désigna pour la place de médecin en chef de Bicêtre, en 1793, et peu après, en 1795, pour les mêmes fonctions à la Salpêtrière.

C'est dans ces deux hospices, où l'on peut dire qu'il fut le premier médecin raisonnable qu'aient eu les fous, qu'il conquit ses plus beaux titres de gloire : ces malheureux, jusque-là enchaînés dans des cabanons infects, virent tomber leurs fers et obtinrent quelques libertés qu'un traitement doux, succédant à des châtimens barbares, rendit sans dangers.

Il consigna les observations journalières que ses fonctions lui

permettaient de faire, dans de nombreux Mémoires qui jetèrent une grande lumière sur les maladies mentales : *Mémoire sur la manie périodique ou intermittente* (1802); *Recherches et observations sur le traitement des aliénés* (1798); *Observations sur les aliénés et leur division en espèces distinctes* (1799); *Résultats d'observations pour servir de base aux rapports indiqués dans les cas d'aliénation mentale* (1817); *Résultats d'observations et constatés pour servir à déterminer le degré d'aliénation des aliénés* (1807); etc.

Pinel occupa successivement les chaires de Physique médicale et de Pathologie à l'École de Médecine; il entra à l'Institut en 1803.

Outre ses recherches sur les maladies du cerveau, il a laissé un grand nombre d'ouvrages, notamment la *Nosologie philosophique*, où il essaie de fonder des théories générales qui n'ont pas été inutiles aux progrès de la Science.

Il mourut d'une attaque d'apoplexie. Condorcet avait trouvé chez lui un asile momentané pendant la Terreur.



VOLTA (ALEXANDRE).

(Né à Côme en 1745, mort dans la même ville en 1827.)

Il était déjà à dix-huit ans en correspondance avec l'abbé Nollet sur toutes les questions importantes de la Physique. A vingt-quatre ans, il tenta de donner une théorie de la bouteille de Leyde; mais ce premier essai ne contient que des idées systématiques, souvent peu justes, dont la Science n'a tiré aucun profit. Son second Mémoire, donné par lui en 1771, produisit

une impression plus profonde et valut au jeune physicien la place de régent de l'École royale de Côme et bientôt après celle de professeur de Physique. Dans ce second Mémoire, Volta étudiait les différentes manières de produire les phénomènes électriques par pression, par percussion, etc., et essayait de déterminer dans chaque cas le genre de l'électricité développée sur le corps soumis à l'expérience.

Peu de temps après, il imagina l'électrophore perpétuel, dont l'usage est si commode dans toutes les recherches continues où l'on se propose de comparer entre elles les quantités d'électricité développées dans une série d'expériences, d'étudier la loi de la distribution de l'électricité à la surface des corps, celle de sa déperdition dans l'air, etc.

C'est encore vers la même époque que Volta fit l'invention du condensateur électrique, au moyen duquel des quantités d'électricité, autrement imperceptibles, peuvent être rendues facilement sensibles.

En 1776 et 1777, des recherches sur la nature et la composition du gaz inflammable des marais suggérèrent successivement à Volta l'idée de l'eudiomètre, qui a rendu tant de services aux chimistes; celle de la lampe perpétuelle à gaz hydrogène; enfin celle du pistolet électrique.

Jusqu'alors, Volta n'était pas sorti de sa ville natale. En 1777, il visita Haller à Berne, Saussure à Genève, Voltaire à Ferney, et apporta la pomme de terre à ses compatriotes. La relation que Volta a écrite de ce voyage scientifique a été imprimée en 1827.

Une chaire de Physique ayant été créée en 1779, à l'École de Pavie, il fut appelé à la remplir et il l'a occupée avec éclat jusqu'en 1819.

De 1780 à 1782, il visita la France, l'Allemagne, la Hollande et l'Angleterre, pour y lier des relations scientifiques avec Lavoisier et Laplace, Lichtenberg, Van Marum, Priestley, et rassembla les éléments du cabinet de Physique de l'École où il venait d'être appelé.

C'est pendant ce voyage qu'il concourut avec Lavoisier et Laplace à l'invention de la cause à laquelle on peut attribuer l'électricité atmosphérique. La célèbre expérience qui conduisit à cette découverte eut lieu en 1780 : les trois illustres savants, ayant une bouteille de Leyde maintenue dans un vase métallique isolé, communiquant avec un condensateur de Volta, que ce vase se chargeait d'électricité négative. Cette découverte a été l'origine de nombreuses revendications amères entre Volta et les deux savants. De 1785 à 1787, Volta s'occupa d'expériences sur l'électricité atmosphérique. Il avait déjà imaginé son électromètre à pailles sèches, dont l'écart mesure à peu près exactement l'intensité électrique de la source. Il conçut l'idée heureuse d'augmenter la puissance de la tige dont s'était servi Saussure pour tirer l'électricité de l'air environnant, en terminant cette tige par une mèche enflammée. Le succès de cette expérience lui avait donné l'idée de paratonnerres à flammes, qui n'ont pas été expérimentés en grand.

Nous arrivons maintenant à la découverte de la pile voltaïque. On sait que l'origine de cette merveilleuse découverte se trouve dans la singulière observation, qui se présenta fortuitement à Galvani, des mouvements excités dans les membres d'une grenouille dépouillée, par l'interposition d'un arc métallique entre deux parties différentes du tronc. Galvani avait cru remarquer que l'effet obtenu était plus considérable lorsque l'arc métallique

réunissait un muscle et un nerf. Là-dessus il avait imaginé que les muscles et les nerfs, chargés d'électricités contraires, formaient comme les deux armatures d'une bouteille de Leyde et que l'arc jouait le rôle d'excitateur. Volta, en variant les expériences de plusieurs manières, en vint de son côté à se persuader que la commotion était produite par l'accouplement de deux métaux différents dans l'arc employé pour former le circuit, que c'était dans ce contact de deux métaux que se trouvait la source de l'électricité produite, et que la grenouille servait simplement de conducteur. Il est certain que le phénomène se présente avec des caractères plus tranchés dans les circonstances indiquées par Volta, mais il réussit toujours plus ou moins dans toutes les autres, c'est-à-dire quel que soit l'arc métallique, simple ou composé, et quelles que soient les parties de la grenouille que cet arc touche par ses extrémités. On ne savait, du reste, pas encore s'il se dégageait véritablement de l'électricité dans ces expériences. Les galvanistes, à la recherche de découvertes physiologiques, continuèrent de varier ces expériences et de les étendre aux débris de tous les animaux récemment morts. Quant à Volta, se retirant sur le terrain ferme de la pure Physique, il marcha pas à pas à la découverte de sa pile.

Il remarqua d'abord que, lorsqu'on place la langue entre deux rondelles métalliques de natures différentes, se touchant à l'extérieur, on ressent une saveur alcaline ou acide, selon l'ordre dans lequel les deux métaux sont placés. Cette remarque venait confirmer l'hypothèse qui s'était déjà présentée à lui. Pour la mettre hors de doute, il imagina de mettre en contact deux larges disques de cuivre et de zinc, tenus à l'aide de manches isolants, et, après les avoir séparés, de les présenter l'un après

l'autre à l'électromètre condensateur. Les deux disques se trouvèrent sensiblement chargés d'électricités contraires, le zinc portant l'électricité positive et le cuivre l'électricité négative. En renouvelant plusieurs fois le contact, Volta parvint à charger une bouteille de Leyde. C'était déjà un grand pas de fait. Volta franchit le dernier en 1800, et ce qu'il y a de particulièrement remarquable dans cette l...rie de recherches qu'il venait de parcourir, c'est qu'il av...théoriquement amené de l'une à l'autre par d'habiles indu...ondées sur des analogies heureusement comprises. C'est, ...este, le caractère général de toutes les découvertes de Vol...aucune n'est due au hasard, et que ses plus savantes con...sons étaient faites pour ainsi dire à coup sûr.

La découverte de la pile, bien suivie de celle des nombreux effets physiques et chimiques qu'on en obtient, excita l'admiration de toute l'Europe. Bonaparte en appela l'heureux auteur à Paris, en 1801, pour y répéter ses expériences devant l'Institut, et il voulut y assister lui-même. Il proposa de décerner une médaille en or à l'illustre physicien, ce qui fut voté par acclamation, ajouta 2,000 écus au nom du gouvernement et fonda un prix de 60,000 francs en faveur de celui qui ferait faire à la Science un nouveau pas comparable à ceux qu'on devait à Franklin et à Volta; il nomma en outre celui-ci comte et sénateur du royaume d'Italie. Depuis lors, Napoléon ne cessa de s'intéresser à l'illustre savant. « Je ne saurais consentir, dit-il, en 1804, à la retraite de Volta; si les fonctions de professeur le fatiguent, il faut les réduire. Qu'il n'ait, si l'on veut, qu'une leçon à faire par an; mais l'Université de Pavie serait frappée au cœur le jour où je permettrais qu'un nom aussi illustre disparût de la

liste de ses membres. D'ailleurs, un bon général doit mourir au champ d'honneur. » Toutes les Académies d'Europe tinrent à honneur de s'associer l'heureux professeur de Pavie.

Postérieurement à 1800, Volta ne donna plus que deux mémoires, l'un en 1806, sur le *Phénomène de la grêle*, l'autre en 1817, sur la *Périodicité des orages et le froid qui les accompagne*. A partir de 1819, il cessa à peu près toute relation avec le monde savant. Une légère attaque d'apoplexie vint le surprendre en 1823 et donna de graves inquiétudes. Une fièvre l'enleva en quelques jours en 1827. Il s'était retiré depuis huit ans dans sa ville natale. Côme célébra ses obsèques avec la plus grande pompe et toute l'Italie s'associa au deuil du Milanais. Un beau monument lui a été élevé près du village de Camnago, dont sa famille était originaire.

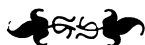
« Intelligence forte et rapide, dit Arago, idées grandes et justes, caractère affectueux et sincère, telles étaient les qualités dominantes de Volta. L'ambition, la soif de l'or, l'esprit de rivalité ne dictèrent aucune de ses actions. Chez lui, l'amour de l'étude resta pur de toute alliance mondaine. »

Volta s'était marié en 1794, à l'âge de quarante-neuf ans, et il eut trois enfants. Il prenait un soin particulier de leur éducation et ressentit vivement la perte de l'un d'eux, qui donnait de grandes espérances et déjà montrait une aptitude singulière pour les Mathématiques.

Toutes ses découvertes ont été exposées par lui, avec autant de clarté que de simplicité, dans des *Lettres* et des *Mémoires*, qu'avec une trop grande modestie il n'a pas même pensé à recueillir en une seule édition. C'est à un Toscan, amateur éclairé de ces études, le chevalier Vincent Antinori, que le

public est redevable de la *Collezione delle opere del cav. conte Alessandro Volta* (1816, 5 vol.). En lisant ce recueil, on aime à voir avec quelle sagacité ce grand homme surprenait la nature dans ses opérations les plus secrètes, et on ne se lasse pas d'admirer les moyens et les appareils si simples et si ingénieux qu'il inventait pour s'assurer par l'expérience de ce que ses réflexions lui avaient fait entrevoir. Il faudrait, pour compléter l'œuvre d'Alexandre Volta, joindre aux cinq volumes donnés en 1816 par Vincent Antinori, un poème latin sur les principaux phénomènes de la Physique et de la Chimie, où la vocation de l'auteur pour les recherches physiques perce dans plus d'un endroit; un petit poème italien sur le voyage fait par Saussure au mont Blanc et plusieurs autres pièces de vers; des observations et expériences sur les vapeurs; de nombreux articles de Physique et de Chimie, disséminés dans différents recueils périodiques d'Italie, de

de l'Angleterre et de Suisse.



BERNOULLI (JÉRÔME).

Né à Bâle en 1745, mort en 1829.)

Appartient à la famille des grands Bernoulli, mais s'occupa surtout d'histoire naturelle et de Minéralogie.

Après avoir été marchand droguiste et il suivit de loin la

science

en Allemagne, la France et la Hollande où il

se lia avec les naturalistes de son temps.



Il s'était formé un riche cabinet d'Histoire naturelle qu'il légua à sa ville natale, où d'ailleurs il avait occupé d'importants emplois, notamment celui de Président du Conseil.



LÉVÊQUE (PIERRE).

(Né à Nantes en 1746, mort au Havre en 1814.)

Il manifesta de bonne heure son goût pour tout ce qui touchait à la marine et, à dix-huit ans, s'engagea comme simple matelot pour acquérir plus sûrement la connaissance raisonnée de toutes les parties d'un vaisseau et de toutes les manœuvres. A son retour, il obtint la place de professeur à l'École de marine de sa ville natale et bientôt après le grade d'ingénieur hydrographe. En 1797, il fut envoyé par les électeurs de la Haute-Loire au conseil des Cinq-Cents, mais il se vit peu après enveloppé dans la proscription de fructidor et forcé de se cacher. Par la suite, Lévêque devint successivement examinateur des candidats aux Écoles polytechnique et de la marine, membre de l'Institut (1801) et de l'Académie de marine.

Le premier grand ouvrage dont il s'occupa est sa *Table pour la détermination des longitudes*, qui fut publiée en 1776 à Avignon, aux frais du gouvernement. Le problème difficile des longitudes venait enfin d'être résolu par Lalande, ou du moins Lalande venait de rendre pratique la méthode indiquée par Ptolémée, adoptée plus tard par Képler, mais que les praticiens n'avaient pas pu se décider à appliquer à cause de la longueur des calculs qu'elle exigeait. Cette méthode a pour base l'obser-

publiées pour la détermination des étoiles par la lune. On craignait que *Alexander* ne se fût trompé dans les positions apparentes de la lune dans le ciel et à voir à quel point les longitudes des postes d'observation; mais dans ses calculs, chaque fois tous les calculs propres à résoudre la question, la méthode deviendrait impitoyablement longue. L'évêque fournissait pour tous les points les calculs nécessaires, les calculs suffisamment rapprochés, les principes du calcul, ceux qu'il serait le plus long.

Il avait aussi des tables destinées à abréger le calcul, mais elles auraient été trop volumineuses, et il avait ordonné l'impression, qui fut finalement abandonnée.

Les ouvrages qu'on doit à Lévêque sont le *Guide du navigateur*, qui contient l'histoire des tentatives faites en vue de la solution du problème des longitudes; la *Pratique de la navigation*, qui contient les règles de calculs pour les problèmes de navigation; les tables nécessaires; une traduction de l'ouvrage de D. G. Juan; de nombreux rapports à l'Académie, une description détaillée des côtes de la Hollande, du Jutland et de la Norvège, et un rapport du gouvernement, et publiée, en 1803,

la marine; enfin divers ouvrages restés inédits, *Manuel polyglotte des termes de navigation*, *Manuel des marées*, etc. Il a laissé, en outre, un *Traité théorique et pratique de la construction des instruments nautiques*, un *Manuel de la navigation*, et des *progrès de la navigation*, auquel il avait joint ce

qu'il y a de plus intéressant dans quelques auteurs étrangers, relativement à la tactique.

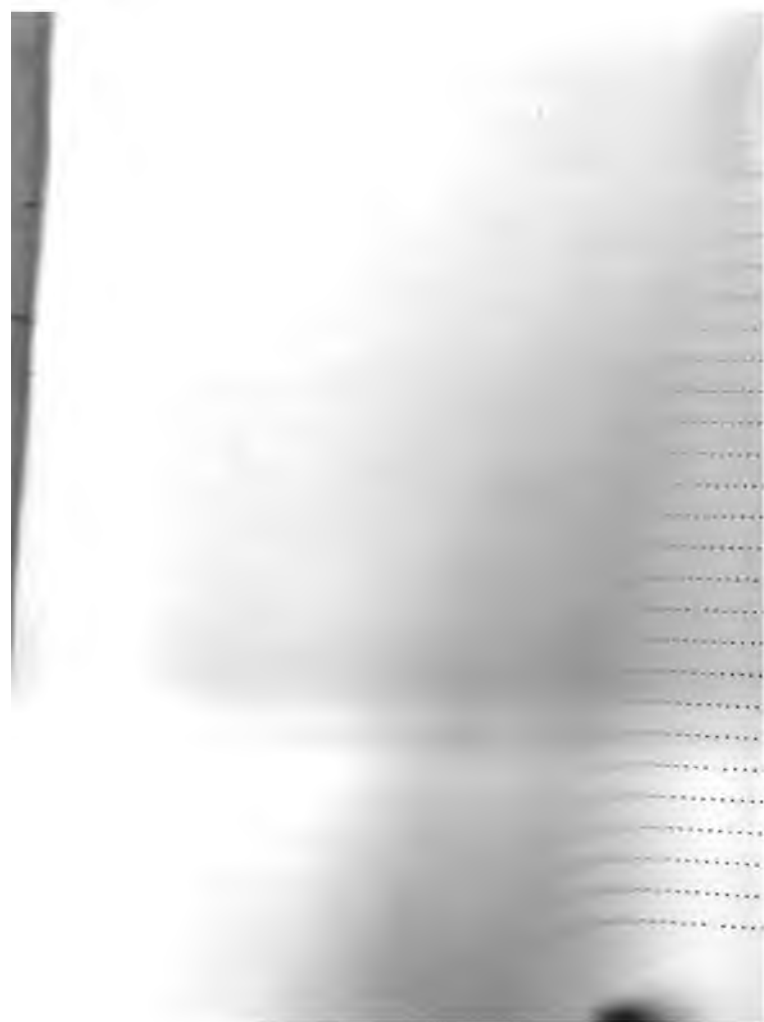
Il fit construire à Nantes l'une des premières pompes à feu qui aient été exécutées en France, et répéta, en 1784, dans cette même ville, les expériences aéronautiques de Montgolfier.

FIN DE LA NEUVIÈME PARTIE.



TABLE ALPHABÉTIQUE.

	Pages.
ADANSON.....	7
ATWOOD.....	306
BAILLY.....	67
BAUMÉ.....	13
BAYLY.....	264
BERGMANN.....	65
BERNOULLI (JEAN).....	301
BERNOULLI (JÉRÔME).....	314
BÉZOUT.....	16
BLACK.....	12
BORDA.....	46
BECKMANN.....	269
BOSC D'ANTIC.....	7
BOSSUT.....	23
BRONGNIART.....	264
DU BUAT.....	59
CAMERER.....	23
CAVENDISH.....	28
CHRYSOLOGUE.....	16
CONDORCET.....	287
COULOMB.....	68



1. The first step in the process is to identify the problem or issue that needs to be addressed. This involves gathering information and understanding the context of the problem.

2. Once the problem is identified, the next step is to define the objectives and goals of the project. This helps to clarify what needs to be achieved and provides a clear direction for the team.

3. The third step is to develop a plan or strategy to address the problem. This involves breaking down the problem into smaller, manageable tasks and determining the resources needed to complete each task.

4. The fourth step is to implement the plan. This involves putting the strategy into action and monitoring progress regularly to ensure that the project is on track.

5. The final step is to evaluate the results of the project. This involves comparing the actual outcomes with the objectives and goals to determine the effectiveness of the project and identify areas for improvement.

1. The first part of the document discusses the importance of maintaining accurate records of all transactions and activities related to the project. It emphasizes the need for transparency and accountability in financial management.

2. The second part outlines the specific steps involved in budgeting and forecasting. This includes identifying key areas of expenditure, estimating costs, and setting realistic targets for revenue and expenses.

3. The third part focuses on monitoring and controlling the budget. It describes how regular reviews and reports can help identify variances from the plan and allow for timely adjustments.

4. The fourth part addresses the challenges commonly faced during budget implementation, such as unexpected cost increases or changes in priorities. It offers strategies to manage these risks effectively.

5. Finally, the document concludes by highlighting the long-term benefits of sound financial planning and control, including improved decision-making and enhanced organizational performance.



CRUIKSHANK	
DARCEY (JEAN)	
DE LUC	
DROUX DU SÉJOUR	
DUMAMEL	
FABRICIUS	
DE LA FOLIE	
FONTANA	
GALVANI	
GUTTON DE MORVRAU	
HAUT	
HERSCHEL	
INGENHOUSZ	
LAGRANGE	
LAMARCK	
LAMBERT	
LAVOISIER	
LEFRANÇOIS DE LA LANDE	
LENOIR	
LÉVÊQUE	
LEXEL	
MASKELYNE	
MASON	
MÉCHAIN	
MESSIER	
MONTGOLFIER	
MONTUCLA	
PALLAS	
PARMENTIER	
PINEL	
PRIESTLEY	
RAMSDEN	
ROCHON	







